



**БЪЛГАРСКА АКАДЕМИЯ НА НАУКИТЕ  
ИНСТИТУТ ПО ФИЗИКА НА ТВЪРДОТО ТЯЛО  
“Академик Георги Наджаков”**



---

**ЛАБОРАТОРИЯ “ЛАЗЕРИ С МЕТАЛНИ ПАРИ”**

**Нина Кънчева Колева**

**2D числено моделиране на газовата температура в  
наносекунден импулсен надлъжен He-SrBr<sub>2</sub> разряд за мощен  
стронциев лазер**

# **ДИСЕРТАЦИЯ**

за получаване на образователната и научна степен  
“доктор”

**Професионално направление: 4.1. Физически науки**  
Научна специалност: Физика на вълновите процеси

Научни ръководители: **проф. дфн Н. К. Вучков**  
**доц. д-р К. А. Темелков**

Научен консултант: **доц. д-р Т. П. Черногорова**

**СОФИЯ**

**2014**

# СЪДЪРЖАНИЕ

УВОД.....	4
<b>ГЛАВА ПЪРВА. Лазери с метални пари.....</b>	<b>8</b>
1.1. Видове лазери с метални пари.....	8
1.1.1. Лазери на самоограничени преходи.....	8
1.1.2. Йонни лазери с метални пари .....	13
1.1.3. Рекомбинационни лазери.....	14
1.2. Методи за получаване на метални пари.....	16
1.2.1. Термично изпарение.....	17
1.2.2. Дисоциация на химични съединения.....	17
1.2.3. Катодно разпрашване.....	18
1.3. Механизми за получаване на йонизационна инверсна населеност.....	20
1.3.1. Зарядообменно възбуждане.....	20
1.3.2. Пенингова йонизация.....	22
1.3.3. Радиационно и безизлъчвателно заселване.....	22
1.3.4. Възбуждане чрез електронни удари.....	23
1.4. Електрически газови разряди, използвани за възбуждане на ЛМП.....	24
1.4.1. Типове разряди.....	24
1.4.2. Стационарен разряд в ПС и надлъжен ВЧ разряд.....	26
1.4.3. Импулсен разряд в ПС.....	27
1.4.4. Кухокатодни и напречни ВЧ разряди.....	28
1.5. Видове схеми за възбуждане за ЛМП.....	30
1.6. Стронциев атомен лазер възбуждан чрез наносекунден импулсен	

надлъжен He-SrBr <sub>2</sub> разряд.....	33
1.7. Определяне на газовата температура.....	45
1.8. Цели и задачи на дисертационния труд.....	48
1.9. Съдържание на дисертацията.....	50
<b>ГЛАВА ВТОРА. Експериментална техника .....</b>	<b>52</b>
2.1. Електрическа схема за възбуждане с взаимодействащи контури.....	52
2.2. Конструкция на лазерните тръби.....	53
2.2.1. Първа тръба.....	53
2.2.2. Втора тръба.....	54
2.3. Измерване на температурата с термодвойка.....	55
2.4. Вакуумно–газова инсталация.....	56
2.5. Лазерен резонатор.....	57
<b>ГЛАВА ТРЕТА. Описание на 2D модела за определяне на температурата на He-SrBr<sub>2</sub> лазер, възбуден в наносекунден надлъжен разряд.....</b>	<b>58</b>
3.1. Същност и етапи на метода.....	58
3.2. Числено решаване на задачата.....	64
3.3. Описание на итерационния метод.....	73
<b>ГЛАВА ЧЕТВЪРТА. 2D числено моделиране на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен разряд в хелий с малки добавки на неон, стронций и бром, възбуден в газоразрядна тръба с увеличен активен обем за мощен стронциев лазер.....</b>	<b>83</b>
4.1. Въведение.....	83
4.2. 2D моделиране на газовата температура.....	84
4.3. Коефициент на топлопроводност.....	85
4.4. Радиално и аксиално представяне.....	87

<b>ГЛАВА ПЕТА. 2D числено моделиране на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен разряд He-SrBr<sub>2</sub> възбуден във високотемпературна разновидност на газоразрядната тръба за мощен стронциев лазер.....</b>	<b>97</b>
5.1. Въведение.....	97
5.2. 2D моделиране на газовата температура.....	98
5.3. Коефициент на топлопроводност.....	99
5.4. Радиално и аксиално разпределение на газовата температура.....	99
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>104</b>
<b>Статии в реферирани списания.....</b>	<b>106</b>
<b>Доклади на научни форуми.....</b>	<b>107</b>
<b>ПРИНОСИ НА ДИСЕРТАЦИЯТА.....</b>	<b>108</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>109</b>

## Увод

Лазерите с метални пари (ЛМП) са един от основните видове газови лазери, в чието историческо развитие България има съществен принос. Те могат да бъдат отделени на основата на това общо свойство, че в качеството на активни частици се използват атоми или йони на метали.

Успехът на лазерите с метални пари, които са получили най-голямо развитие, се дължи на някои техни уникални характеристики, които не могат или е изключително трудно да бъдат постигнати от други лазери. Например, комбинацията от високи средни изходни мощности, висока честота на повторение на импулсите и качество на лазерния лъч, постигнати от лазерите с пари на чиста мед или меден бромид, не могат да бъдат конкурирани от твърдотелните лазери. Други перспективни лазери с метални пари това са лазерите на йони на  $\text{Cu}^+$ ,  $\text{Ag}^+$  и  $\text{Au}^+$ , генериращи в UV област на спектъра и рекомбинационните лазери на  $\text{Sr}^+$  и  $\text{Ca}^+$ , излъчващи във виолетовата област.

Въпреки, че исторически за първи път генерация на лазер с метални пари е осъществена при използване на селективно оптично възбуждане на атомен преход на цезия [1], като основен метод за получаване на генерация в метални пари се използва разряд в газова среда. В зависимост от разположението на лазерните нива и физическите процеси, определящи създаването на инверсна населеност, за възбуждане на лазерна генерация се използват различни видове стационарен и импулсен разряд. Импулсен разряд обикновено се използва в случаи, когато инверсия може да се създаде само за много кратко време на фронта на възбуждащия импулс (лазери на самоограничени преходи) или на задния фронт

и в послесветенето на разряда (рекомбинационните лазери). Стационарен режим на генерация се осъществява при постояннотоково или високочестотно възбуждане в положителния стълб или отрицателното светене на тлеещ разряд. За тлеещия разряд са характерни сравнително малки плътности на разрядния ток ( $<1 \text{ A.cm}^{-2}$ ) и ниска степен на йонизация на плазмата.

В лазерите с метални пари обикновено като буферни газове се използват инертните газове He, Ne, Ar, Kr и Xe. Буферният газ играе няколко важни роли в ЛМП. Първо, той може да е абсолютно необходим за създаването на инверсна населеност, действайки като резервоар на енергията чрез заселеността на своите йони и метастабилни, като йоните или метастабилите на буферния газ могат да предават енергията на металните атоми за тяхната йонизация и възбуждане на горното лазерно ниво. Буферният газ може допълнително да заселва горното лазерно ниво чрез ударно дезактивиране на по-високо или близко лежащи нива на атома или йона на метала. Второ, енергията на нивата на буферния газ е по-висока от йонизационния потенциал на атомите на металите. Това е особено важно в послесветенето на импулсния разряд. В този случай ударите с атомите и йоните на буферния газ бързо охлаждат електроните и това позволява свръх еластичните удари, електрон-йонната рекомбинация, прилепването на електрони и т.н. да станат определящи в кинетиката на електроните. Това може да доведе до генерация в режим рекомбинация или по често до релаксация на плазмата, така че активната среда се възстановява преди следващия възбуждащ импулс. Трето, буферният газ позволява да се запали разряд в лазерната тръба преди да са се появили металните пари, което се използва за загряване на тръбата. Четвърто, времето на живот на разрядната тръба се увеличава поради: (1) загубите от дифузията на металните атоми от активната зона към студените части на тръбата се намаляват и (2) оптичните прозорчета са по-добре защитени от отлагането на метал върху тях.

Развитието на лазерите с метални пари е вървяло сравнително трудно, което е свързано със значителните трудности в работата с металните пари. За

повечето метали, за да се получи необходимото за работа на лазера налягане на металните пари, се изисква нагряване до доста високи температури. Това обстоятелство представлява още една от отличителните особености на дадения клас лазери. Изследванията върху лазерите с метални пари започват през 1970 година със създаването на първия He-Cd лазер. После през 1972 година е пуснат в действие първият импулсен лазер с медни пари. Забележително е постижението на България с изобретяването и пускането в действие през 1974 година на първия в света медно-бромиден лазер, който е ниско температурен вариант на медния лазер. Лазерът е патентован и е внедрен за производство в страната и чужбина. Лабораторията по лазери на метални пари вече разполага с мощни лазери с метални пари за прецизна обработка на метали и керамика.

Въпреки значителните трудности е получена генерация на атомните и йонните преходи на 27 метала от 48-те елемента от таблицата на Д. И. Менделеев [2]. Освен това генерация е получена на преходите на селен, телур, германий, бор и силиций, които по своите свойства не са метали, но методите за въвеждане на парите на тези химически елементи в разряда, механизмите на възбуждане на техните атоми и йони са много подобни на тези на металите.

Метални съединения е по-подходящо да се използват при импулсен режим на възбуждане, тъй като в междумпулсния период работното вещество се възстановява чрез рекомбинация по-лесно, отколкото при непрекъснат режим на възбуждане.

Най-подходящи съединения се оказват халогенидите на съответните метали, за които е характерно: устойчиви съединения са, необходимата молекулна концентрация в повечето случаи се получава при температури 250-600 °С, имат потенциал на дисоциация 1.5÷3.5 eV и поради активността на халогена имат добра скорост на рекомбинация. Използвайки халогениди на метали е получена генерация и на йонните преходи на Cd, Zn, Pb, Cu, As и др. [14÷18], като изходните мощности са сравними с резултатите, получени при работа с чист метал.

Недостатъци на този метод за получаване на активните частици са:

- усложняване процеса на създаване на инверсна населеност;
- наличието на допълнителни елементи изменя чувствително функцията на разпределение на електроните по енергия;
- евентуално може да се наблюдава поглъщане от молекулите на халогена с ивичен спектър, което да увеличи силно загубите за дадената линия на генерация.

Някои лазери с метални пари притежават много голямо усилване и достатъчно кратко време за съществуване на инверсна населеност ( $10^{-9} - 10^{-7}$  sec.). Подобряването на разходимостта на излъчване на тези лазери до дифракционната им граница е актуална задача за целия клас от ЛМП. В настоящо време тези лазери намират широко приложение в такива области на науката и техниката като: лазерно разделяне на изотопи, системи за усилване на яркостта на изображения, свръхскоростна фотография, създаването на изделия в микроелектрониката. Възможността за добра фокусировка и генерация във видимия спектър позволява с голям успех да се използват лазери с пари на медта за маркировка и рязане на тънко-листни материали. Те намират приложение в навигационните системи в системите за хидрография на водни басейни, за сондиране на атмосферата, а така също в медицината и редица други области на техниката.



# ГЛАВА ПЪРВА

## Лазери с метални пари

### 1.1. Видове лазери с метални пари

#### 1.1.1. Лазери на самоограничени преходи

Импулсно-периодичните лазери на самоограничени преходи при ЛМП са ефективни газоразрядни източници на лазерно излъчване, генериращи при преходи от резонансно към метастабилно ниво.

За да може по време на импулса на възбуждане да се предизвика преимуществено заселване на по-горното ниво, продължителността на възбуждащия импулс трябва да не надвишава реципрочната стойност на вероятността за преход от резонансно към метастабилно ниво (R-M).

В 1963 г. са се появили първите съобщения за получена ултравиолетова [19] и инфрачервена [20] генерация на молекулярен азот. Особеността на схемата на работните нива на лазера се състои в това, че долното лазерно ниво е метастабилно и времето му на живот е значително по-голямо от това на горното лазерно ниво.

Впоследствие са били открити ред лазери, работещи по тази схема. Сред тях особен интерес предизвикват работещите на преходи от първото резонансно към метастабилното ниво на атоми и йони на металите. Механизмът за създаване на инверсна населеност в горепосочените лазерни среди се базира на по-високата скорост на възбуждане на горното лазерно ниво от основно ниво на атома (йона) чрез нееластични удари с електрони в сравнение с долното ниво в периода на

йонизационна неравновесност на плазмата. Поради голямото време на живот на долното (метастабилно) лазерно ниво, инверсната населеност може да се поддържа дотогава, докато заселеностите на работните нива не се изравнят и скоростта на възбуждане на горното лазерно ниво не се окаже по-малка от тази на заселване на долното. Тези лазери могат да работят само в импулсен режим. Целият клас лазери, основаващи се на този тип структура на работните нива, е практика за създаване на инверсна населеност в такива среди се използва силнотокков високоволтов импулсен газов разряд с продължителност на импулсите няколко десетки наносекунди.

В [21] са формулирани основните изисквания, на които трябва да отговаря дадена система за да може да се осъществи генерация на самоограничени преходи.

Генерация на самоограничени преходи за първи път е получена на атомите на Pb, Cu и Mn [21-23]. Лазерна генерация на 19 прехода на Ba атом във видимата и инфрачервената (IR) област със средна изходна мощност 12 W на линията 1.5  $\mu\text{m}$  е докладвана в [24,25]. Наблюдавана е генерация на 12 Mn атомни линии [23,26]. Генерация на две атомни линии 312.2 nm и 627.8 nm е получена на злато. Постигната е средна изходна мощност 20 W на червената линия и 1.2 W на ултравиолетовата (UV) [21, 27-29]. За първи път генерация на самоограничени преходи е получена в Pb [22] на линията 722.9 nm. Впоследствие е получена генерация на три прехода в UV област и един в IR [22,30]. На линията 722.9 nm е постигната средна изходна мощност от 4.3 - 4.5 W [31,32]. Генерация е получена на атомите на Bi, Ca и Sr [33,34].

В работите [35-37] е получена генерация на атомите на различни елементи в режим на регулярни импулси с висока честота на повторение. В този случай е реализиран така наречения "метод на самоподгрев", при който за получаване на атомите на метала в активната среда работните части на тръбата, на чиито стени е поставен метала, се нагряват от топлината, отделена в разряда.

Освен на атомни преходи, генерация на самоограничени преходи е получена и на йоните на редица метали –  $\text{Eu}^+$ ,  $\text{Ca}^+$ ,  $\text{Sr}^+$ ,  $\text{Ba}^+$ ,  $\text{Yb}^+$ , [38,39,34,40,41]. Максималната средна изходна мощност от 13 W на самоограничени преходи е получена на  $\text{Eu}^+$  [39].

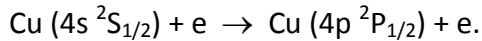
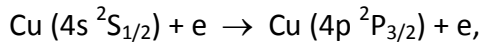
Получена е импулсна генерация на преходите от резонансно на метастабилно ниво на атомите и йоните на следните метали: Cu, Au, Pb, Mn, Tl, Ba, Eu, Ca, Fe, Sr, Bi, Yb [2]. На преходите на редица елементи е получена средна изходна мощност над 1 W и кпд над 0.1 %.

Най-добре изученият лазер на самоограничени преходи е лазера с пари на медта, генериращ на две линии 510.6 nm и 578.2 nm. Във видимия диапазон на спектъра този лазер е най-ефективния и с най-голяма изходна мощност газов лазер сред досега познатите лазерни системи. Получена е средна изходна мощност от 550 W от един осцилатор [42] и над 750 W при използване на усилвател [43]. За първи път генерация на медните атоми е получена в работа [44]. Впоследствие започват интензивни изследване на този лазер и са публикувани много статии, в които са изучени работните характеристики на лазера, кинетичните процеси в плазмата на разряда, както и редица технологии [45-54].

За първи път генерация на самоограничени преходи в пари на химически съединения на металите е получена на зелената линия на Tl атом в пари на TlI [13]. Генерация на медните атоми при използване на медни халогениди е получена в работите [55-57]. Широкото използване на химическите съединения на металите започва след като генерация е реализирана в режим на сдвоени импулси в пари на халогениди на металите CuCl, CuI, PbCl<sub>2</sub> и MnCl<sub>2</sub> [55,58,59]. Следващ етап в развитието на използването на халогенидите на металите е получаването на генерация в режим на регулярни импулси с голяма честота на повторение. Първият опит за получаване на генерация в режим на регулярни импулси е предприет в работа [60] в пари на меден йодид. След това се появяват много работи, в които е получена стабилна генерация и са изследвани условията на работа на лазерите с пари на меден хлорид, меден бромид и меден йодид [61-71].

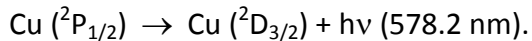
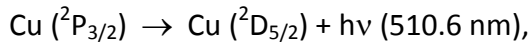
Изучена е кинетиката на процесите, протичащи в плазмата на Ne-Cu и Ne-CuHI разряди (HI – съответният халоген: Br, Cl или I) [52,53,72-75].

В началото на възбуждащия импулс, когато електронната температура е 4 - 8 eV, горните лазерни нива на медния атом се възбуждат от основно състояние  $4s^2S_{1/2}$  до резонансните нива  $4p^2P_{3/2}$  и  $4p^2P_{1/2}$  чрез електронни удари:

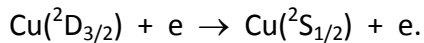
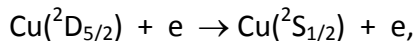


Тъй като горните лазерни нива са резонансни, те се възбуждат с най-голяма вероятност от всички други нива, в частност от метастабилните нива  $^2D_{5/2}$  и  $^2D_{3/2}$ . В резултат на това на преходите  $^2P_{3/2} \rightarrow ^2D_{5/2}$  и  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2D_{3/2}$  се създава инверсна населеност.

Лазерното излъчване се получава при индуцирани преходи на възбудените медни атоми от двете резонансни нива  $^2P_{3/2}$  и  $^2P_{1/2}$  към метастабилните медни нива  $^2D_{5/2}$  и  $^2D_{3/2}$

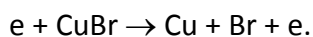


Основната част от на метастабилите на медния атом релаксират чрез електронни удари:



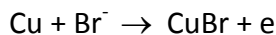
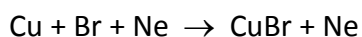
Относително по-малка е частта на релаксиране на медни атоми в резултат на удари с атоми на буферния газ или със стените на газоразрядната тръба.

Когато като източник на медни атоми се използват химически съединения, в частност CuBr, дисоциацията на молекулите на медния бромид се извършва чрез електронни удари по време на импулса на тока [76]



Сечението на този процес е около  $1.10^{-18} \text{ cm}^2$ . Енергията за дисоциация на молекулата меден бромид е около 3.4 kV.

След края на възбуждащия импулс в междуимпулсния период протичат рекомбинационния процеси между атомите на медта и брома.



Важен етап в развитието на лазера с пари на CuBr е определянето и преодоляването на причините, ограничаващи времето на живот на лазерната тръба. Създадена е лазерна тръба с време на живот 1000 часа при разход на медния бромид по-малко от 0.1 g/h [77-81]. Следваща съществена стъпка в развитието на този лазер е така наречения "ефект на водорода". В работите [82-85] е показано, че добавянето на малки количества водород към основния буферен газ неон води до удвояване на средната изходна мощност и ефективност на лазера. Изходната мощност на лазера е максимална при парциално налягане на водорода 0.3-0.5 Torr. Наличието на водород силно изменя разпределението на интензитета на лазерното лъчение - към приблизително "Гаусово".

Един вариант на лазера с пари на CuBr е CuHyBrID (Copper with Hydrogen Bromide In Discharge) [86-90]. В този лазер парчета от чиста мед са поставени по дължината на лазерната тръба. Слаб проток от Ne, примесен с HBr, протича през тръбата. При взаимодействието на HBr с медта се получава CuBr, който дисоциира впоследствие в разряда по горепосочените схеми.

Между най-атрактивните характеристики на лазерите на самоограничени преходи, и специално на лазера с Cu атоми, такива като високи средни и импулсни мощности, е тяхната висока ефективност за превръщане на електрическата енергия в оптическа. Изразът за кпд  $\eta$  на лазерите на самоограничени преходи може да се представи като [2]:

$$\eta = f \left( \frac{h\nu}{E_u} \right) \frac{g_l}{(g_u + g_l)} = f \eta_{np},$$

където  $\eta_{np}$  е пределно достижимия кпд;  $h\nu$  е енергията на кванта на лазерния преход;  $E_u$  – енергията на възбуждане на горното лазерно ниво;  $g_u$  и  $g_l$  – статистическите тегла на горното и долното лазерно ниво; факторът  $f$  (фактор на

напомпване) описва тази част от енергията, отиваща за възбуждане на активната среда, която отива за възбуждане на горното лазерно ниво. Като правило, скоростта за възбуждане е най-голяма за първото резонансно ниво, така че пределният КПД на този преход може да достигне до 50 %. Отчитайки всички канали на загуба на енергия, както и продължителността на възбуждащия импулс, е оценено, че реалният КПД на лазерите на самоограничени преходи може да достигне 5-10 % [2].

Оттук следва, че една от основните задачи в научен план, свързан и с тяхното практическо приложение, е повишаването на КПД на тези лазери.

Има два принципни метода за повишаване КПД на лазера на медни пари. Първият е чрез промяна на газовата смес – добавяне на водород към основния газ неон или чрез проток на HBr в големи обеми на активната среда [85,89,90]. Вторият метод е чрез управление на възбуждащите електрически импулси при използване на нови електрически схеми.

### **1.1.2. Йонни лазери с метални пари**

Активната среда на йонните лазери с метални пари обикновено е двукомпонентна - пари на съответния метал и инертен газ. Инертният газ, освен че играе роля на буфер, който улеснява запалването на разряда и помага за равномерното разпределение на парите, може също така да участва директно в процеса на възбуждане на горните лазерни нива. Поради това е много съществен вида и налягането на използвания инертен газ.

В йонните газовите лазери съществуват основно два типа процеси, свързани с образуването на инверсна населеност: йонизация на буферния газ (и парите на метала), необходима за поддържане на газовия разряд, и възбуждане на лазерните нива. За да се получи инверсия е необходимо да се оптимизират условията в разряда и за двата процеса.

В газовия разряд се наблюдават два основни типа инверсна населеност – йонизационна и рекомбинационна. Йонизационната инверсна населеност се реализира по време на разряда, в периода на висока електронна температура  $T_e$ , когато концентрацията на йонизираните и възбудени частици е много по-ниска от равновесната за съответната електронна температура [91]. Рекомбинационната инверсна населеност се наблюдава след прекратяване на разряда, в периода на ниска електронна температура, когато концентрацията на заредените и възбудени частици е много по-голяма от равновесната за дадената електронна температура.

### **1.1.3. Рекомбинационни лазери**

Рекомбинацията на електрони и йони е един от основните механизми за възбуждане на лазерните нива при лазерите с метални пари.

Под действието на мощен (високотоков) импулс в смес от пари на метал с нисък потенциал на едно- и двукратна йонизация и лек буферен газ (предимно хелий) се създава голяма концентрация на йоните на метала. При това хелия не пречи много на този процес, т. к. притежава висок йонизационен потенциал, осигуряващ високо ниво на електронната температура по време на импулса на тока. След прекратяването на разряда започва интензивен процес на охлаждане на електроните при еластични удари с атомите и йоните на буферния газ и рекомбинация между получените двойки носители, което води до заселване на високолежащи нива, разположени непосредствено под границата на йонизация. Необходимо е времето за спад на разрядния ток (продължителността на задния фронт на импулса на тока) да е малко в сравнение с времето за рекомбинация. В противен случай скоростта на рекомбинация намалява. Допълнителна възможност за създаване на инверсна населеност се появява, когато заселваните чрез рекомбинация нива образуват група от близко разположени нива. Тогава чрез нееластични удари с бавни електрони (електронно девъзбуждане) се осъществява

ефективно заселване на най-ниско лежащото ниво от групата. Ако под вече разгледаната група има друга, по-ниско енергетична, то процесът на девъзбуждане ще обезселва най-високото ниво на групата. По този начин се появяват условия за създаване на инверсна населеност между най-нисколежащото ниво от горната група и най-горното ниво от долната група, даже и в случая, когато населеността на долната група е по-висока от общата населеност на горната група.

Ефективността на процесите на рекомбинация и на електронно девъзбуждане зависи основно от електронната температура  $T_e$ . Колкото  $T_e$  е по-ниска, толкова двата процеса са по-ефективни. Това налага използването на лек буферен газ – хелий или водород. Основното му предназначение е бързо охлаждане на електроните след края на импулса на тока.

Направените разсъждения могат да бъдат обобщени в четири основни принципа, определящи работата на рекомбинационните лазери [91]:

1. Създаване на силно йонизирана плазма, т.е. големи плътности на йони и електрони.

2. Бързо охлаждане на електронния газ след края на токовия импулс, което налага използването на леки буферни газове при високи налягания.

3. Рекомбинацията между многократно йонизираните атоми протича много по-ефективно в сравнение с рекомбинацията при еднократни йони, при едни и същи електронни температури  $T_e$  и концентрации на електрони  $N_e$ . Това се дължи на факта, че коефициентът на тройна рекомбинация  $\alpha$  зависи силно от заряда на йона:

$$\alpha = 1.8 \cdot 10^{-8} \cdot z^3 \cdot \ln(z^2 + 1)^{1/2} \cdot T_e^{-9/2},$$

където  $z$  е кратността на йонизация.

4. Необходимостта от създаване на възможно най-висока концентрация на рекомбиниращи йони изисква работно вещество с нисък потенциал на еднократна и многократно йонизация. Пример за такива вещества са металите от Втора главна група от таблицата на Менделеев - Mg, Ca, Sr, Ba.



Импулсна генерация в режим на рекомбинация на двукратно заредени йони е получена на йоните на стронций (Sr) – 430.5 nm и 416.2 nm и на йоните на калций – 373.7 nm и 370.6 nm [92,93]. Подробно тези лазери са изследвани в работите [94-102]. Показано е, че основните проблеми свързани със създаването на Sr<sup>+</sup> лазер са свързани с: охлаждането на газа; използването на керамична тръба; времето на живот на лазерната тръба и създаването на лазер с независимо от въвежданата в разряда мощност получаване на необходимата концентрация на Sr атоми.

## **1.2. Методи за получаване на металните пари**

Един от основните проблеми за ЛМП е свързан със създаването на металните пари и поддържането на хомогенното им разпределение в целия активен обем на лазера. ЛМП работят при оптимални парциални налягания на металните пари  $10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-1}$  Torr. Това налага работа при температури много по-високи от стайната, като в някои случаи работната температура трябва да бъде много над 1000 °С, което изисква преодоляването на много допълнителни технологични трудности при създаване на този тип лазери.

В зависимост от температура, при която се получава необходимата за генерация концентрация на металните атоми, ЛМП се разделят условно на две големи групи: с лесно изпарими метали - работната температура е по-ниска от 500 °С и с трудно изпарими метали - работната температура е над 500 °С. Тази температурна граница е определена практически от възможността за работа със стъклени лазерни тръби. При втората група ЛМП е необходимо да се работи с разрядни тръби от кварц, керамика или труднотопими метали. Съществуват също така и проблеми с отвеждането на топлината, отделена в разряда.

### **1.2.1. Термично изпарение**

При този метод за създаване на металните пари в резултат на подгряване, металът се изпарява и навлиза в разрядната област. Съществуват три начина за нагряване на метала.

Първият е чрез пряко подгряване на тръбата във външна пещ [3]. Модификация на този метод е подгряването на метала в специални странични резервоари (израстъци), от където парите чрез дифузия, катафореза или газов проток [4÷7] се разпределят равномерно по оста на тръбата.

Особено удобно и конструктивно най-просто решение е използването на топлината, отделена в разряда, за изпарение на метала [8]. Работното вещество се поставя равномерно по цялата дължина вътре в разрядната тръба и чрез самоподгрев се поддържа достатъчно висока температура за получаване на необходимата концентрация на металните атоми. Недостатък на този метод е, че налягането на металните пари и вкараната в разряда мощност (разрядният ток) не могат да се оптимизират независимо.

Друг термичен метод е използването на високочестотно (ВЧ) подгряване на метала [9], но той внася изменение в разрядните условия и не винаги може да се използва.

Прилагането на термичните методи за поддържане на желаното налягане на металните пари е технологично силно затруднено при работа с метали, изискващи работни температури над  $800^{\circ}\text{C}$  и са практически неприложими за вещества с работни температури над  $1600^{\circ}\text{C}$  като Mo, W, Ta и др.

### **1.2.2. Дисоциация на химичните съединения**

Друго решение на проблема за получаване на необходимото налягане на парите на трудно изпарими елементи е използването на лесно изпаримите им

съединения. След изпарение молекулите на съединението дисоциират в разряда и така се отделят нужните за генерация атоми на работния метал. За да се получат пари на работното съединение се използват същите методи, както при лесно изпаримите метали. За първи път този метод е използван за импулсна генерация на талий [13].

Метални съединения е по-подходящо да се използват при импулсен режим на възбуждане, тъй като в междуимпулсния период работното вещество се възстановява чрез рекомбинация по-лесно, отколкото при непрекъснат режим на възбуждане.

Най-подходящи съединения се оказват халогенидите на съответните метали, за които е характерно: устойчиви съединения са, необходимата молекулна концентрация в повечето случаи се получава при температури 250-600 °С, имат потенциал на дисоциация 1.5÷3.5 eV и поради активността на халогена имат добра скорост на рекомбинация. Използвайки халогениди на метали е получена генерация и на йонните преходи на Cd, Zn, Pb, Cu, As и др. [14÷18], като изходните мощности са сравними с резултатите, получени при работа с чист метал.

Недостатъци на този метод за получаване на активните частици са:

- усложняване процеса на създаване на инверсна населеност;
- наличието на допълнителни елементи изменя чувствително функцията на разпределение на електроните по енергия;
- евентуално може да се наблюдава поглъщане от молекулите на халогена с ивичен спектър, което да увеличи силно загубите за дадената линия на генерация.

### **1.2.3. Катодно разпрашване**

Проблемите, възникващи при работа с трудно изпарими вещества, могат да бъдат решени при лазерите, възбуждани с разряд в кух катод чрез използване

метода на катодно разпрашване. Катодът на лазерната тръба се прави от метала, на преходите на чиито атоми или йони се получава генерацията, или се покрива с тънък слой от този метал. Под действие на разрядния ток повърхността на катода се разпрашва и се получават свободни атоми на метала. Особено интересни за целта са метали като мед, сребро, злато, желязо и др., които имат голям добив на разпрашване при бомбардиране на катода с йони с енергии от около 100÷500 eV [10].

Катодното разпрашване като метод за получаване на металните пари дава възможност за чувствително опростяване конструкцията на разрядната тръба. Основни недостатъци са:

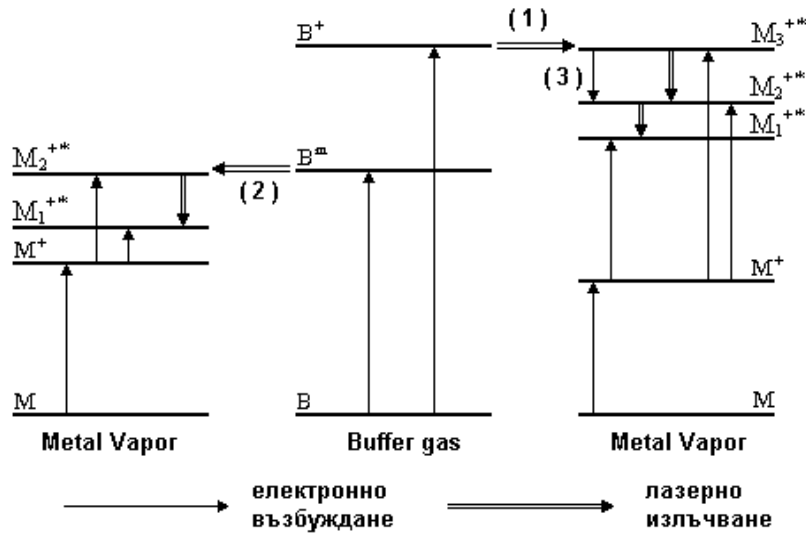
- невъзможността за независимо контролиране на разрядния ток и плътността на металните пари, в резултат на което максимално достигнатата концентрация на метал при оптималния разряден ток е на порядък по-ниска от оптималната концентрация за генерация, както показва едно сравнение между ефективността на генерация на Cu II йонна линия с  $\lambda = 780.8 \text{ nm}$  при получаване на медните атоми чрез топлинно изпарение и чрез катодно разпрашване [11];

- този метод на създаване на металните пари може да се използва само при кухокатодните ЛМП.

Първият проблем евентуално може да се реши чрез търсене на методи за увеличаване разпрашването на катода, без да се влошават условията за възбуждане на лазерните линии. Един такъв метод е добавянето в разряда на малки количества (десети от 1 Torr) по-тежък инертен газ - Ar, Kr или Xe, който чувствително увеличава ефективността на разпрашване [12] и намалява праговия ток за генерация.

### 1.3. Механизми за получаване на йонизационна инверсна населеност

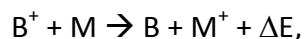
Основните механизми, отговорни за процеса на заселване на горните лазерни нива на йоните на металите са (Фиг.1): зарядообменно възбуждане (презарядка) (1), Пенингова йонизация (2) и радиационно или безизлъчвателно заселване (3). В някои случаи влияние върху процеса на образуване на инверсна населеност оказват и други процеси като пряко или многостъпално електронно възбуждане, но техният принос обикновено е малък.



Фиг. 1.  $B$ ,  $B^+$  и  $M$ ,  $M^+$  са атоми и йони на буферния газ и метала в основно състояние;  $B^m$  - метастабилно ниво на буферния газ;  $M_1^{+*}$ ,  $M_2^{+*}$  и  $M_3^{+*}$  възбудени йонни нива на метала.

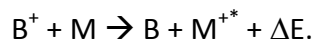
#### 1.3.1. Зарядообменно възбуждане

В общия случай процесът на зарядообмен има следния вид:



където В, В<sup>+</sup> и М, М<sup>+</sup> са атомите и йоните съответно на буферния газ и метала в основно състояние, а ΔЕ е разликата в йонизационните потенциали на двата елемента.

За възбуждане на горните лазерни нива се използва процесът на едновременна йонизация и възбуждане - Duffenduck reaction [103], с общ вид:



Този процес е квазирезонансен и протича със сравнително голяма вероятност за ΔЕ = 0.1÷0.8 eV.

На базата на многобройни теоретични и експериментални изследвания са определени няколко изисквания към работните нива с цел по-ефективна презарядка [104]:

1) Горното лазерно ниво трябва да има голямо сечение за възбуждане чрез презарядка и минимална възможност за разселване чрез други процеси, освен чрез излъчване на основния лазерен преход;

2) Процесът е по-ефективен, ако сечението за възбуждане е максимално за горното лазерно ниво и няма други нива, на които да се предава енергията чрез зарядообмен (голямо парциално сечение за възбуждане чрез презарядка) - в противен случай става преразпределение на възбуждането между всички възможни нива;

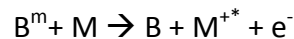
3) Като изключим работния преход от горното лазерно ниво, възбуждането на долното лазерно ниво трябва да бъде минимално; долното ниво трябва да се разселва ефективно чрез радиационни и безизлъчвателни преходи.

За първи път Schuebel [105] допуска, че процесът на зарядообмен между хелиеви йони и кадмиеви атоми е отговорен за ефективното възбуждане на червените йонни линии. В редица работи [103,106-110] са изследвани различни системи метални пари - инертен газ (He-Hg, He-Cd, He-Zn, He-Se, He-Mg), измерени са скоростните константи и сеченията за зарядообменния процес. Експериментално е определено, че това сечение е максимално за ΔЕ = 0.1÷0.4 eV, въпреки че процесът протича достатъчно ефективно до енергетични разлики от

около 1 eV. На базата на тези критерии са определени много линии от йонните спектри на Hg, Cd, Zn, Pb, Mg, Ag, Te и др., които са подходящи за възбуждане на генерация чрез презарядка [108-114].

### 1.3.2. Пенингова йонизация

Това е процес на йонизация на металните атоми чрез удари с атоми на буферния газ в метастабилно състояние:



Тъй като при тази реакция се отделя един електрон, който може да отнесе като кинетична енергия енергетичния дефект (разликата в енергиите между  $B^m$  и  $M^{+*}$ ), Пенинговото възбуждане не е резонансен процес и може да протича ефективно при енергетични разлики до 2÷3 eV. Т. е. чрез този процес могат да се заселват всички нива в спектъра на йона, разположени енергетично под метастабилните нива на буферния газ.

Неселективният характер на Пенинг процеса изисква по-благоприятно съотношение на времената на живот на лазерните нива, което ограничава използването му за създаване на инверсна населеност в йонните лазери.

**Също така увеличаване концентрацията на метастабилните атоми на буферния газ в разряда чрез повишаване на тока е ограничено от процеса на стъпална йонизация, който бързо води до насищане плътността на метастабилните атоми с нарастването на тока.**

### 1.3.3. Радиационно и безизлъчвателно заселване

В много случаи е възможно да се постигне селективно заселване на дадено ниво не чрез пряк процес на презарядка или Пенингово възбуждане, а за сметка на

силни излъчвателни каскадни и безизлъчвателни (електронно девъзбуждане) преходи, от по-високо лежащи нива, които са заселени чрез разгледаните по-горе реакции, т.е. може да се говори за индиректни рекомбинация, зарядооменен процес и Пенингова йонизация.

Например, при зелените линии на He-Cd<sup>+</sup> лазер, горните лазерни нива се заселват ефективно чрез спонтанно или лазерно излъчване от нива, заселвани със зарядообменна реакция или рекомбинация.

Горното лазерно ниво може да се заселва ефективно чрез електронно девъзбуждане, когато се явява нисколежащо в група от близко разположени нива, най-високолежащите от които се заселват чрез презарядка или рекомбинация - например синьо-зелените линии на He-Zn<sup>+</sup> лазер се възбуждат ефективно чрез електронно девъзбуждане от нива заселвани чрез зарядообмен.

### 1.3.4. Възбуждане чрез електронни удари

Един йон може да премине във възбудено състояние от основно състояние на атома чрез електронен удар (пряко възбуждане):



или от основно състояние на йона (стъпално възбуждане):



където A - атом на работното вещество в основно състояние; A<sup>+</sup> - основно йонно състояние; A<sup>+\*</sup> - възбудено йонно състояние. При това напомпването W в процеса (1) е:  $W = n n_e \langle q'v \rangle \sim n_e$ , а в процеса (2):  $W = n^+ n_e \langle q''v \rangle \sim n_e^2$  (тъй като  $n^+ \sim n_e$ ), където  $\langle q'v \rangle$  и  $\langle q''v \rangle$  - сечения на процесите на възбуждане, усреднени по скоростта на електроните v, наричани още скоростни константи на реакция;  $n_e$ ,  $n^+$ ,  $n$  – концентрация на електрони, йони и атоми на метала в основно състояние. В първия случай напомпването е пропорционално на големината на тока, а във втория - на квадрата на тока на разряда. Често именно зависимостта на



напомпването (и мощността на генерацията) от тока на разряда позволяват да различим процесите (1) и (2).

Зависимостта на сечението на възбуждане на електроните  $q$  от скоростта (енергията) на електроните се характеризира с наличието на праг, до превишаването на който възбуждането е невъзможно, после достига максимум и последва спадане. Максималните стойности на  $q$  и функцията  $q(v)$  зависят от типа на възбуждащото ниво (преход).

Възбуждането чрез електронни удари е отговорно за образуването на инверсна населеност на преходите на  $Ar^+$  и  $Kr^+$  [115,116]. Механизмът за възбуждане и параметрите на лазерите, генериращи на йонните преходи на инертните газове, особено на  $Ar^+$ , се обсъжда в редица работи [115-125].

## **1.4. Електрически газови разряди, използвани за възбуждане на ЛМП**

### **1.4.1. Типове разряди**

Терминът газов разряд произлиза от обозначаването на процеса на разреждане на кондензатор през електрическа верига, включваща в себе си газово пространство между електродите [127]. При достатъчно високо напрежение в газа става пробив и възниква йонизирано състояние. С времето разряд започва да се нарича всеки процес на протичане на електричен ток през йонизиран газ, както и всеки процес на възникване на йонизация под действие на приложено електрично поле. Тъй като в някаква степен йонизираният газ свети, за описание започват да се употребяват думите запалва се, гори, гасне. Протичането на електричен ток се асоциира с верига съставена от проводници. При бързо променливи електрични

полета и още повече в полета на ЕМ излъчване за насоченото движение на зарядите т.е. тока не е необходима затворена верига и проводници.

### **Типични разряди в постоянно електрично поле.**

При подаване на слабо напрежение между катода и анода, например няколко десетки волта, не се наблюдават никакви видими ефекти. Свръхчувствителен уред може да регистрира протичане на много малък до  $10^{-15}$  А ток. Разряд и електричен ток, които възникват само благодарение на страничен йонизиращ агент или в резултат на емисия на електрони или йони от електродите под действието на странични причини се нарича несамостоятелен. При увеличение на напрежението несамостоятелният ток отначало нараства. Когато полето привлече всички образували се заряди токът спира да нараства като се достига насищане или се лимитира от скоростта на образуване на йоните.

Ако се увеличи напрежението при междуелектродно разстояние 1 см и налягане 1 Torr при определени стойности токът рязко нараства и се наблюдава светене. Настъпва пробив - един от най-важните разрядни процеси/напрежението на пробив от порядъка на няколкостотин V. Разрядът незабавно придобива самостоятелност и повече не се нуждае от поддръжка. Електроните се ускоряват и придобиват енергия. Когато се достигне потенциала на йонизация на атомите се избива друг електрон изразходвайки за това придобитата енергия - създава се лавина от електрони, тоест размножение на електроните за части от секундата, газът се йонизира и електрическият ток нараства. По нататъшният ход на процеса зависи от редица условия. При неголеми налягания 1-10 Torr и голямо електрическо съпротивление на външната верига, което не позволява протичането на голям ток в резултат на пробива, се запалва тлеещ разряд. При по-дълга тръба се наблюдава красиво светещ стълб.

### 1.4.2. Стационарен разряд в ПС и надлъжен ВЧ разряд

При йонните лазери на метални пари за създаване на активна среда се използват надлъжен и напречен вариант на тлеещ разряд на постоянния ток или ток с висока честота. При надлъжния разряд полето се прилага по посока на активната среда и се създава еднороден квазинеутрален положителен стълб, при който всеки участък се явява независим, в смисъл че електроните получават енергия от съсредоточеното в него електрично поле и по тази причина дължината на положителния стълб, т.е. надлъжният размер на активната среда може да се изменя в широки граници без да се променят локалните свойства на ПС.

Практически навсякъде с изключение на приелектродните области йонизираният газ в стълба е електронеутрален тоест представлява плазма. Това е така нареченият положителен стълб на тлеещият разряд. Плазмата в него е йонизирана много слабо – до степен на йонизация  $10^{-8} - 10^{-6}$  и в две отношения е неравновесна. Електроните непосредствено придобиващи енергия от полето притежават средна енергия около 1 eV и температура  $T \approx 10^4$  К. Газовата температура на йоните превишава с малко температурата на околната среда 300 К такова неравновесно състояние се поддържа чрез малката скорост на отделяне на Джаулова топлина при относително големи топлемкости на газа и скорост на естественото охлаждане. Неравновесна е и степента на йонизация. Тя на много порядъци е по-ниска от термодинамичната равновесна величина, съответстваща на температурата на електроните - това се дължи на голямата скорост на неутрализиране на зарядите в студен газ.

**Надлъжният високочестотен разряд** може да бъде индукционен Н тип който се възбужда от магнитно поле с променливо направление или Е тип който се възбужда от електрично поле с помощта на един или няколко електрода. Плазмата на надлъжния високочестотен разряд е близка по свойства до положителния стълб на постоянния ток тъй като всеки участък се възбужда от високочестотно поле,

честотата на това поле е от порядък  $10^7$ - $10^8$  Hz като правило превишава скоростта на релаксация на частиците от които се предава енергия на лазерните нива.

Както надлъжните така и напречните варианти на разряда могат да се реализират при йонни лазери на метални пари и в импулсен режим. Условието за внасяне на енергия се осъществяват лесно в сравнение със стационарния режим, чието достигане изисква сложни технически решения.

### **1.4.3. Импулсен разряд в ПС**

Надлъжният ПС на газов разряд се явява най разпространената форма на активна среда на газови лазери което се обяснява с простотата на неговата реализация на голяма дължина. При импулсен режим моментните значения на тока могат да бъдат големи (10-100A) и съответно големи значения достигат концентрациите на електроните, метастабилните атоми и йони, скоростта на заселване и населеността на нивата. При това не възниква проблем с прегряване и топлинно разрушение на разрядната тръба, тъй като средния ток може да остане малък.

В зависимост от това с какви метали се работи тръбата може да бъде стъклена, керамична или кварцова. Материалът се определя от температурата на нагряване за създаване на необходимото налягане на парите на използвания метал и тяхното химическо взаимодействие с материала на тръбата.

Ако парченцата метал се разположат равномерно по дължината на тръбата при честота на импулсите повече от 1 kHz, температурата на тръбата може да се определя не само от температурата на външната пещ, но и от топлината отделяна в разряда, което усложнява оптимизацията на налягането на парите. Катодите могат да бъдат студени и малки по размер, направени от никел, тантал или молибден. Химическата активност, а не температурата на нагряване се явяват единствено препятствие за използването на съклени или кварцови тръби, при което се

използва и керамична тръба. При голяма честота на възбуждащите импулси, отделената енергия в разряда е достатъчна за създаване на необходимото налягане на парите.

Обикновено импулсното захранване на ЛМП с надлъжен разряд се осъществява по схема разряд на кондензатора чрез тиратрон или с частичен разряд чрез модулаторна лампа с формиране на правоъгълен импулс на тока.

#### **1.4.4. Кухокатодни и напречни ВЧ разряди**

Напречният разряд се реализира между два успоредни електрода като разряд в кух катод и напречен високочестотен разряд. В този случай за активна среда служи отрицателно светене на тлеещ разряд, която се създава за сметка на бързите електрони, емитирани от отрицателния електрод с енергия до  $10^2$  eV. Може да се каже че формирането на плазмата става под действието на външен йонизатор, в ролята на който се явява катодното тъмно пространство, а формирането на разпределението на електроните по енергия се осъществява при загубата на енергия от бързите електрони за възбуждане и йонизация на газа. При положителния стълб, напротив, електроните се ускоряват от нулева енергия до енергия достатъчна за йонизация, но честите удари им пречат да достигнат висока скорост.

По честота на приложеното поле разрядите са нискочестотни, високочестотни / $10^5$ - $10^8$ Hz – радиочестотни/ или свръх високочестотни / $\sim 10^9$ - Hz или микровълнови/ [127].

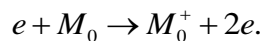
Както надлъжния, така и напречния вариант на разряда могат да се реализират при йонни ЛМП, както и въобще при газови лазери в импулсен режим.

При йонните лазери с метални пари в разряд с кух катод става напompване на активната среда в отрицателното светене на тлеещ разряд.

Катодът на лазерната тръба се прави от метала, на преходите на чиито йони се получава генерацията или се прави покритие от същия метал. Под действие на разрядния ток повърхността на катода се разпрашва и се получават свободни атоми на метала. Буферният газ може директно да участва в процеса на възбуждане на горните лазерни нива. Ето защо е много съществен вида и налягането на използвания инертен газ.

Напомпването на голяма част от преходите на йоните на металите в отрицателното светене (ОС) в тлеещ разряд с кух катод се извършва чрез зарядообменни удари на йоните на инертния газ с атомите на метала, а също така и чрез Пенингова йонизация при удари на възбудения атом на буферния газ в метастабилно състояние с атома на метала (1).

Йонизирането на атомите на метала (М) от основно състояние става чрез електронни удари - директна йонизация:



Разрядът се реализира при налягане на буферния газ от 1-20 Torr, и при налягане на парите на метала от 0.05-0.3 Torr, плътността на тока в импулсен режим достига до  $1A/cm^2$ .

Активната среда се възбужда в ОС, а разряда се създава така, че ОС да бъде разположен в кухината на катода. Напрегатостта на електричното поле в ОС зависи от вида на разряда и от конфигурацията на електродите.

Между повърхността на катода и ОС се разполага тънък слой - катодно тъмно пространство (КТП) върху който е съсредоточен падът на напрежението на катодната област.

Електроните излъчени от повърхността на катода със скорост от порядъка на  $\sim kT$  преминават областта на КТП практически без да взаимодействат с други атоми и следователно в края на областта от КТП и ОС достигат енергии стотици eV. По нататък първичните електрони, движейки се радиално към оста на кухината, губят енергията си при нееластични удари с атомите от буферния газ и атомите на метала. При това преимуществено се възбуждат и йонизират атомите на буферния

газ. В резултат на това електроните релаксират до енергии, при които нараства вероятността за еластични удари. В резултат на йонизацията в ОС се образуват вторични електрони с енергии от няколко десетки eV.

## 1.5. Видове схеми за възбуждане на ЛМП

Един от основните начини за подобряване КПД и мощността на излъчване на ЛМП е да се подобрят условията за възбуждане на активната среда.

Подобряване на условията на възбуждане се постига чрез повишаване на амплитудата на напрежението и тока на разряда в ЛТ при други видове лазери.

Например при лазерите на самоограничени преходи, намаляването на продължителността на импулса на тока на разряда, а също така на продължителността на неговия фронт и съответно увеличаване на скоростта на нарастване на тока (неговата стръмност) води до повишаване на КПД на излъчването на тези лазери. Експерименталните резултати показват, че колкото по-малка е продължителността на импулса на тока и фронта му толкова е по-висока ефективността на ЛМП. Максимално КПД и мощност на излъчване на ЛТ се постигат при продължителност на импулса на тока съизмерима с продължителността на импулсите на излъчване. От изключителна важност е да се съблюдават определени съотношения между продължителността на импулса на тока, амплитудата и честотата му.

Един от основните начини за увеличаване КПД на лазерите е използването на нови схеми за възбуждане. В последно време нарасна интереса към използването на схеми за възбуждане на импулсните лазери с метални пари с устройства с нелинейни индуктивности [131, 132]. С тези схеми се постига значително съкращаване на предния фронт на токовия импулс, което води до увеличаване на пиковата мощност на възбуждане и от тук до увеличаване на изходната лазерна мощност.

В зависимост от разположението на лазерните нива и механизмите, водещи до създаването на инверсна населеност, към импулсните захранващи системи се предявяват строги изисквания:

- за получаване на генерация на преходите от резонансно към метастабилно ниво са необходими кратки импулси на тока, от порядъка на времето на генерация, със стръмен преден фронт и голяма амплитуда на разрядния ток;

- за създаването на инверсна населеност при рекомбинационните лазери е необходим импулс на тока с голяма амплитуда, с малка продължителност на задния фронт и без никакви вторични импулси, които да водят до допълнително подгряване на електронния газ в послесветенето и нарушаване на инверсната населеност;

- за лазерите, чиито горни лазерни нива се възбуждат чрез презарядка, изискванията към възбуждащите импулси са подобни на тези при лазерите на самоограничени преходи, тъй като е необходимо да се създаде голямо количество неонов (хелиев) йони, които впоследствие да предадат на активните центрове енергията си на възбуждане;

- за възбуждане на лазерни линии чрез Пенингова йонизация се налага да се използват импулси на разрядния ток с малка амплитуда, тъй като с увеличаване амплитудата на разрядния ток процесът на образуване на метастабилни на хелия се насища, а също така заселването на долното лазерно ниво чрез електронни удари нараства значително.

Възбуждането на активната среда и нагряването на разрядните тръби се осъществява чрез импулсен източник на възбуждане, осъществен на базата на водороден тиратрон. Импулсният източник се състои от (Фиг.2) високоволтов изправител HV, модулатор M, комутиращ елемент и верига за възбуждане ЕС. Като комутиращ елемент се използва водороден тиратрон Т ТГИ1 1000/25, охлаждан с вода. За комутация на средна мощност над 1.5 kW се използва маслено охлаждане на тиратрона. Запускането на тиратрона се осъществява от модулаторен блок M,

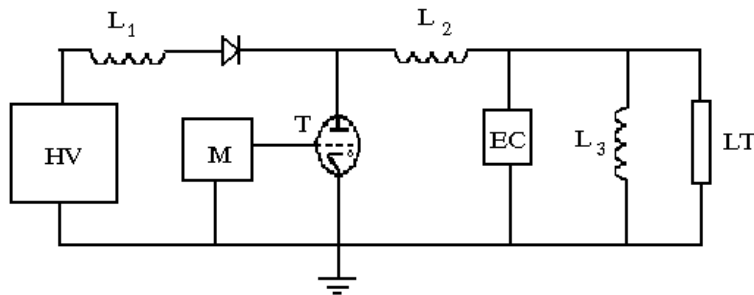


генериращ импулси с параметри: амплитуда  $1 \div 1.5$  kV и честота на повторение  $5 \div 30$  kHz.

Електрическата верига за възбуждане е образувана от един до четири нискоиндуктивни керамични кондензатора тип КВИ-3 свързани по съответен начин помежду си и с разрядната тръба LT.

Кондензаторната батерия се зарежда резонансно от високоволтов изправител през зарядна индуктивност  $L_1$  (Фиг.2) и заряден диод D. Изходните параметрите на високоволтовия изправител са: напрежение до 8 kV и ток до 450 mA.

**Фиг.2. Принципна схема на импулсия източник за възбуждане.**



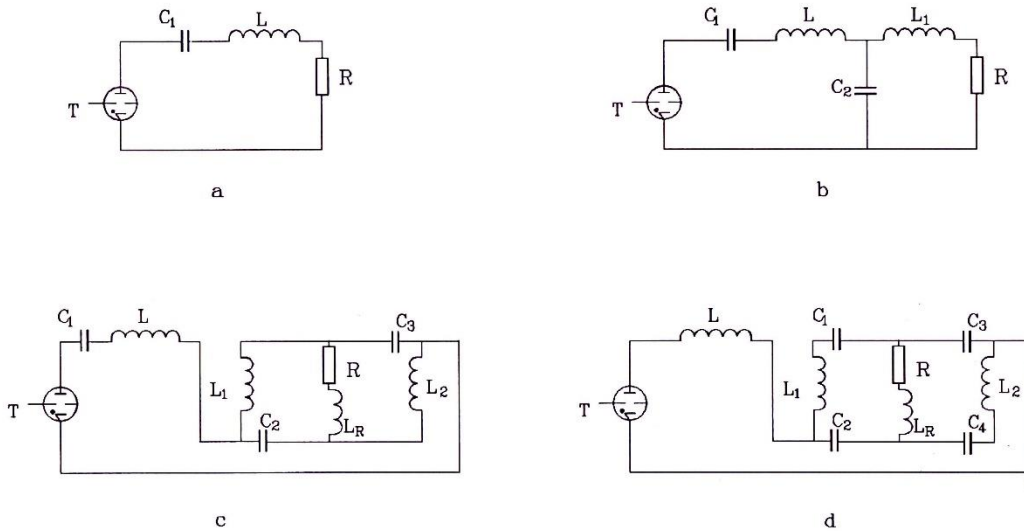
Изследванията показват, че изходните параметри на лазерите с метални пари, както и стабилността на разряда зависят от съгласуващата индуктивност  $L_2$  между анода на тиратрона и работния кондензатор или кондензаторната батерия, чиято стойност трябва да се оптимизира за всеки конкретен лазер (Фиг. 2).

Паралелно на тръбата е свързана индуктивност  $L_3 = 500 \mu\text{H} \div 1 \text{ mH}$ , която изравнява потенциалите на двата електрода по време на заряд на кондензаторната батерия и осигурява стабилна работа на лазера. Стойността ѝ се подбира експериментално за дадения лазер да закъсява тръбата при заряд на кондензаторната батерия и да не я шунтира при бързия разряд на кондензаторната батерия.

Указаната система на захранване позволява да се получат регулярни импулси на разрядния ток с честота на повторение от 5 до 30 kHz. Работата на по-високи честоти е затруднена от нестабилната работа на комутиращия тиратрон. Използваните схеми дават възможност да се варират в широки граници параметрите на импулса на разрядния ток:

- амплитуда - от 5 до 300 А;
- продължителност - от 75 ns до 300 ns като могат да се получават и пакети от импулси с обща продължителност до 1  $\mu$ s;
- продължителността на предния и задния фронт може да достига до 30 ns.

На Фиг. 3 са показани схематично четирите принципно използвани схеми за възбуждане на ЛМП. Схеми на четирите използвани схеми за възбуждане: а – без изострящ кондензатор WPC; б – обикновена схема ОС; с – схема с взаимодействащи изострящи контури IPC; д – схема с взаимодействащи контури IC.



Фиг. 3.

## 1.6. Стронциев атомен лазер възбуден чрез наносекунден импулсен надлъжен He-SrBr<sub>2</sub> разряд

Лазерите с метални пари като тези на медта, златото и оловото, работещи при самоограничени преходи, показват висока ефективност, висока честота на повторение на импулсите и значителна средна и пикова изходна мощност. В настоящата работа е представено изследване на лазер на стронциев бромид

възбуден с наносекунден импулсен надлъжен разряд. Този лазер е с голямо приложение в медицината и по-точно лазерната аблация.

Цел на лазерната аблация в медицината е ефективно да отстрани определено количество материал с минимални вторични увреждания. Досега са изучавани лазерите, генериращи в ултравиолетовия и средния инфрачервен спектър (MIR), тъй като тяхното излъчване се абсорбира силно от водата и следователно и тъканите. Поради отсъствието на мутагенен риск, (MIR) лазерите са много перспективни за медицински приложения. Термичните щети, характерни за конвенционалните лазерни източници като Ho:YAG(2,1  $\mu\text{m}$ ), Er: YAG(2,94  $\mu\text{m}$ ), (10,6  $\mu\text{m}$ ), които традиционно се използват за IR тъканна аблация са значителни. В последно време с помощта на лазера на свободни електрони (FEL) с променлива дължина на вълната между 3 и 20  $\mu\text{m}$ , беше установено, че лазерното лъчение от 6,45  $\mu\text{m}$  е най-ефективният инструмент за аблация на меките тъкани и кости с минимални отлагания от изгорен материал [133-135].

Употребата на лазер на свободни електрони е възпрепятствано от неговите размери, цена и значителни режимни разходи.

Лазерът на стронциеви пари, който работи на 6.45- $\mu\text{m}$  самоограничени атомни преходи с, може да се приложи като заместител на лазерът на свободни електрони. Импулсна генерация при различни напompващи механизми е получена на няколко атомни (2.06, 2.20, 2.69, 2.92, 3.01, 3.07, и 6.45  $\mu\text{m}$ ) и йонни (416 nm, 430 nm, 1.03  $\mu\text{m}$  and 1.09  $\mu\text{m}$ ) линии посредством импулсен надлъжен разряд с буферен газ хелий или неон. Лазерът на стронциеви пари има сравнително висока изходна мощност от 1.2-2 W [136, 137].

Ефективността на лазерното лъчение на 6.45- $\mu\text{m}$  може да се обясни със съвпадението с една от вибрационните абсорбционни линии на водната молекула. Спектърът на водната молекула се състои от 3 линии: 3755.79  $\text{cm}^{-1}$ , 3656.65  $\text{cm}^{-1}$  и 1594.78  $\text{cm}^{-1}$ . Стронциевата 6.456- $\mu\text{m}$  атомна лазерна линия съпада практически с НОН линия 1594.78  $\text{cm}^{-1}$  (енергетичният дефект е по-малко от 0.01 eV). По тази

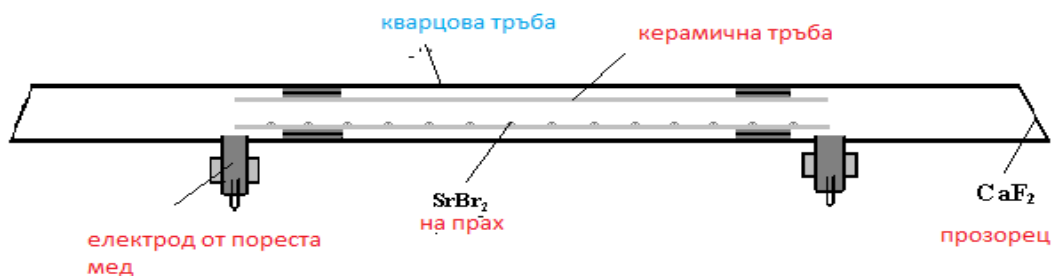
причина стронциевият атомен лазер може да се използва за дистанционно изследване на атмосферната влажност.

Лазерите, използващи метала стронций като активна среда, имат проблем с интензивната химична реакция между стронция и разрядната тръба. Типичното време на живот е няколко десетки часа [138]. Това е главната причина за бъдещата му замяна с лазер с пари на стронциев бромид.

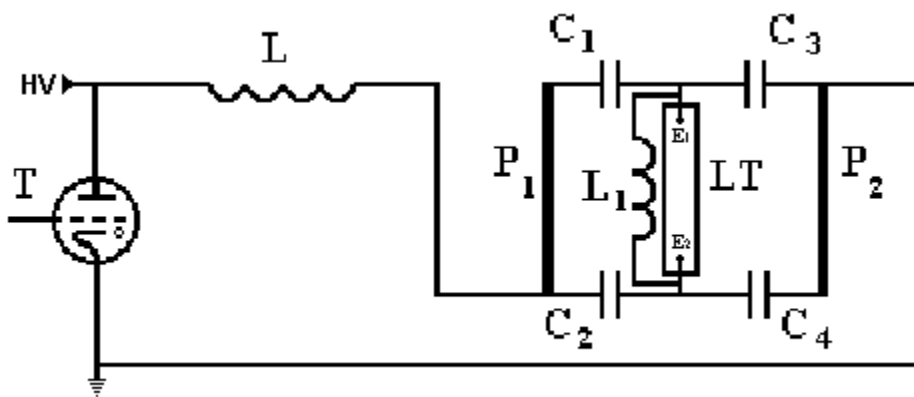
По аналогия с успешния опит от заместването на чиста мед с меден бромид като активна среда в лазера на медни пари стронциевият бромид  $\text{SrBr}_2$  замести метала стронций като лазерна среда. Така беше преодоляно разрушаването на лазерните тръби поради химическата реакция с метала стронций. Добре известно е, че главното предимство при използването на медния бромид е намаляването на работната температура от  $1600\text{ }^\circ\text{C}$  на  $500\text{ }^\circ\text{C}$ . При заместването на стронций със стронциев бромид, температурата трябва да се увеличи от  $650\text{ }^\circ\text{C}$  до  $1100\text{ }^\circ\text{C}$ . По тази причина трябва да се използва керамична тръба. Средна изходна мощност от  $60\text{ mW}$  беше достигната при едновременна генерация в средния инфрачервен диапазон, 30% от която е концентрирана при атомните линии [139].

Схема на разрядните тръби, използвани за He- $\text{SrBr}_2$  лазер [140-142], генериращ в средната инфрачервена (MIR) област е показана на Фиг. 4. Основната тръба е изработена от топен кварц. Керамична тръба, ограничаваща активна зона, е коаксиално разположена в основната тръба, съответно с вътрешен диаметър от  $18\text{ mm}$  и  $19.8\text{ mm}$  и с дължина от  $70,5\text{ cm}$  и  $98\text{ cm}$  съответно при първата и втората разрядна тръба.  $\text{SrBr}_2$  на прах се поставя в керамичната тръба по нейната дължина. Необходимото налягане на парите за лазерна генерация се получава чрез разрядно нагряване, тоест лазерът работи в самонагряващ режим.

Фиг. 4. Конструкция на лазерната тръба



Лазерната тръба е обвита със слой фиброизолация, чиято дебелина зависи от входната мощност в разряда. Температурата на повърхността на кварцовата тръба се измерва с термодвойка, а електродите са изработени от пореста мед със специален дизайн, който ги предпазва от замърсяване с  $\text{SrBr}_2$  и  $\text{Br}_2$ . Към краищата на кварцовата тръба са залепени прозорчета  $\text{CaF}_2$ . Лазерният резонатор се състои от плоско огледало със златно покритие и плоскопаралелна пластина от  $\text{CaF}_2$ . Дължината на резонатора е 1.40 m и 2.30 m съответно при първата и втората разрядна тръба.



**Фиг. 5.** Схема на възбуждащата верига:  $C_1 \div C_4$  - кондензатори;  $L$  and  $L_1$  - индуктивности;  $P_1$  and  $P_2$  – метални пластини;  $LT$  – лазерна тръба;  $T$  - тиратрон.

Лазерът се възбужда посредством електрическа схема с взаимодействащи контури (IC). Ключът  $T$  е водороден тиратрон TGI 1000/25. Кондензаторите ( $C_1, \dots, C_4$ ), образуващи кондензаторна батерия (CB), са KVI-3 с ниска индуктивност. Техният капацитет е експериментално оптимизиран. Кондензаторната батерия се зарежда от високоволтов (HV) изправител. Индуктивността  $L_1$  се използва за изравняване на потенциалите на електродите по време на зареждане на кондензаторната батерия. Металните пластини,  $P_1$  и  $P_2$ , със полуцилиндрична форма са направени от дуралуминий и са разположени близо до лазерната тръба. Импулсната възбуждаща схема може да достави напрежение и токови импулси с амплитуда до 20 kV и 500 A, съответно, продължителност на възбуждащия импулс от 50–300 ns, и

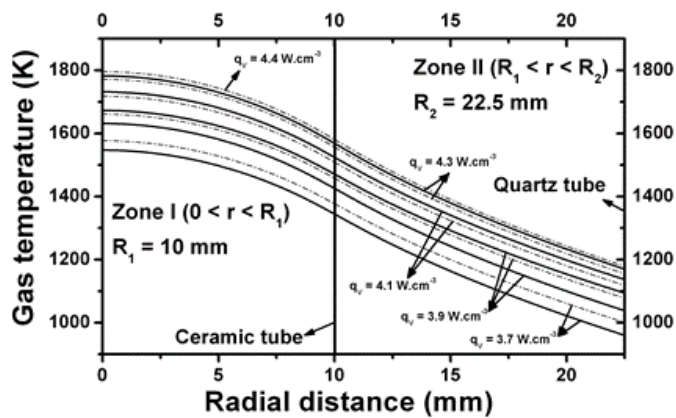
честота на повторение на възбуждащите импулси от 5–30 kHz. Чрез вариране на четирите кондензатора, както и съответната индуктивност  $L$ , могат успешно да се променят и контролират амплитудите, формите и продължителностите на импулсите на разрядния ток и напрежението на тръбата, както и фазовото отместване между тях. По този начин са открити подходящи разрядни условия за различни възбуждащи процеси, като възбуждане чрез електрони, трансфер на заряд, Пенингова йонизация и др., и оттам изходните параметри за различни атомни и йонни лазери бяха увеличени от 35 % до два пъти в сравнение с често използваните импулсни възбуждащи схеми.

Средната изходна мощност се измерва с калориметричен Scientech Vector S310, измерител на мощност и енергия с чувствителност от 200 nm до 10  $\mu$ m. Спектралната селекция на лазерни MIR линии се прави чрез стъклени или кварцови филтри. Импулсите на разрядния ток и напрежение се регистрират съответно от пояс на Rogowski и сонда Tektronix P6015 HV. Всички импулси се наблюдават на Tektronix 2455A осцилоскоп със срязващ 20 MHz филтър.

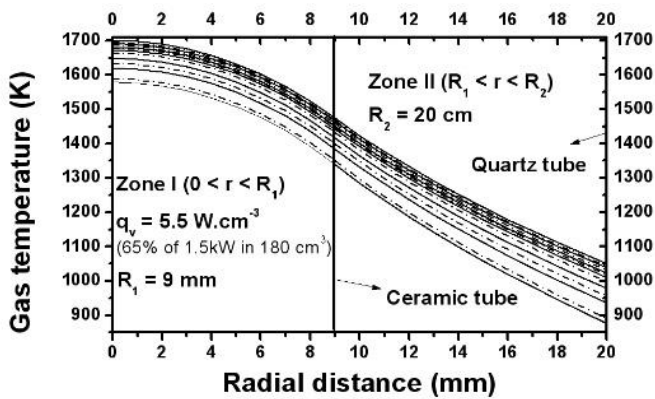
Спектралната селекция е направена по следната процедура: използвайки стъклен филтър се измерва средната изходна мощност на Sr йонни линии (1.03 and 1.09  $\mu$ m); използвайки кварцов филтър се измерва средната лазерна мощност за Sr атомни и йонни линии с изключение на 6.45- $\mu$ m Sr атомна линия; без използването на никакъв филтър се измерва общата средна изходна мощност, т.е. при едновременна генерация на всички лазерни линии в средната инфрачервена.

Стабилна лазерна генерация се получава едновременно на две  $Sr^+$  (1.03 and 1.09  $\mu$ m) и няколко Sr атомни линии в наносекундни импулсен надлъжен He-SrBr<sub>2</sub> разряд. Предварителното изследване на оптималните разрядни условия е извършено при средна входна мощност от 1.5 kW, определена от HV изправител, и честота на повторение на импулсите от 20 kHz, използвайки кондензаторна батерия със следните номинални стойности за кондензаторите:  $C_1 = 1320$  pF,  $C_2 = C_3 = 235$  pF и  $C_4 = 4700$  pF.

На Фиг. 6 са показани радиалните профили за газовата температура съответно за втората (а) и първата (б) разрядни тръби, изчислени чрез решаване на стационарното уравнение на топлопроводността за различни температури на стените на кварцовите тръби измервани чрез термодвойка. Промяната на разпределението на газовата температура, причинено от използването на керамична вътрешна тръба изработена от  $Al_2O_3$ , се оценява. Фактичкото отклонение е по-малко от 10÷15 К.



(a)

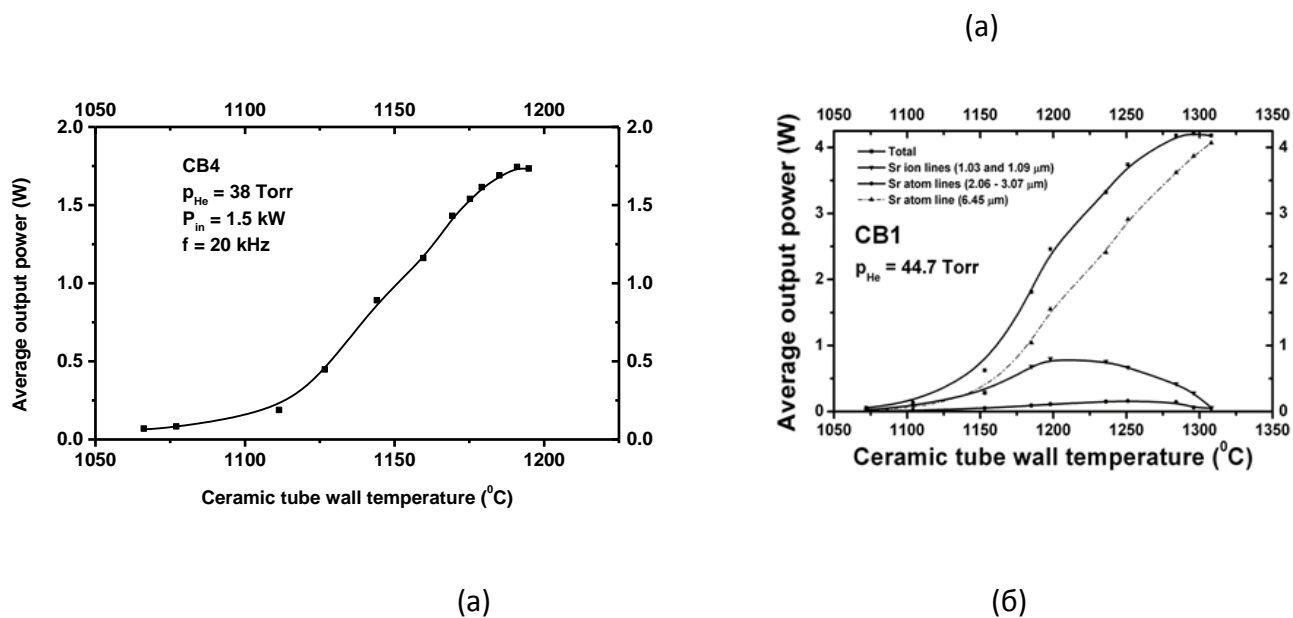


(б)

Фиг. 6 (а) и (б). Радиално разпределение на газовата температура за първа и втора разрядна тръба

Средната лазерна мощност като функция на температурата на керамичната тръба е показана на Фиг. 7 съответно за първата (а) и втората (б) разрядни тръби, като за втората тръба, освен обща мощност, е представена и средната изходна мощност в три различни спектрални диапазони.

Добре известно е, че керамичната тръба нагрята до температура над  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$  става източник на интензивна термична радиация. Обхватът на пропускането на  $\text{CaF}_2$ , както и чувствителността на измерителя на мощност са до  $10\text{ }\mu\text{m}$ . За да се изключи частта от излъчването дължащо се на нагряването на тръбата, разряда се изключва при оптималната температура и се измерва мощност от около  $40\text{ mW}$  и  $120\text{ mW}$  съответно за първата и втората лазерна тръба. Тази стойност се изважда от всяка измерена стойност на изходната мощност.



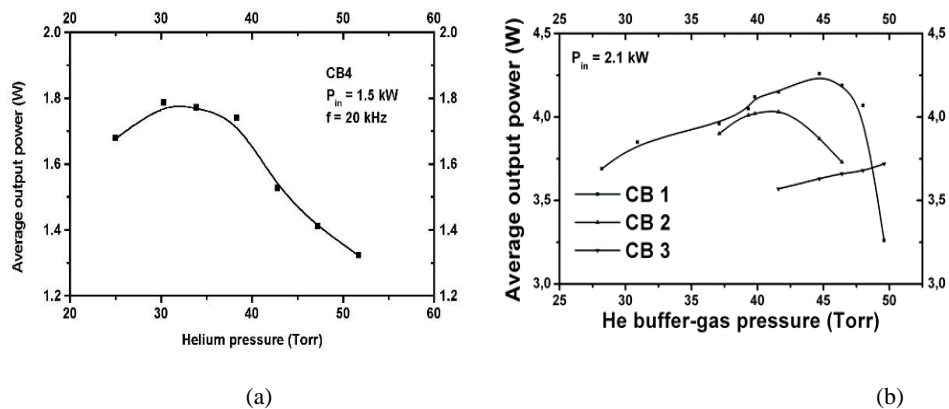
**Фиг. 7 (а) и (б). Средна лазерна мощност като функция на температурата стената на керамичната тръба**

За първата тръба изходната мощност за Sr атомни лазерни линии в  $2\text{-}3\text{ }\mu\text{m}$  спектрален обхват е пренебрежима в сравнение с общата лазерна мощност. Измерено е че повече от  $80\%$  от лазерната мощност е концентрирана при  $6.45\text{-}\mu\text{m}$  атомна линия при  $1190\text{ }^{\circ}\text{C}$  оптимална температура.



С нарастването на температурата лазерната генерация на Sr йонни линии достига максимална мощност и започва да намалява при температури по-ниски от оптималната температура за атомните линии. Както може да се види за втората тръба, оптималната температура за Sr йонни линии и Sr атомни линии  $\mu\text{m}$  е около  $1225^{\circ}\text{C}$  и  $1275^{\circ}\text{C}$ , съответно. Общата средна изходна мощност започва леко да намалява над  $1300^{\circ}\text{C}$  като няма насищане на лазерната мощност при  $6.45\ \mu\text{m}$  лазерна линия с нарастването на входящата мощност до границата за стабилно снабдяване. При оптимална температура и едновременна генерация на всички линии повече от 90% от лазерната мощност е концентрирана при  $6.45\text{-}\mu\text{m}$  атомна линия.

Зависимостта на общата средна изходна мощност от налягането на буферния газ He е представена на Фиг. 8 за първата (а) и втората (б)



**Фиг. 8 (а) и (б) . Зависимост от общата средна изходна мощност от налягането на буферния газ He за първата и втората разрядна тръба**

разрядни тръби. Вижда се че оптималното налягане е около 30 Torr и 45 Torr съответно за първата (а) и втората (б) разрядни тръби.

Голям брой кондензаторни батерии (СВ) са изследвани, за да се определят 6 даващи най-добри изходни лазерни характеристики.  $C_1 \div C_4$ , Разрядните условия,

средната лазерна мощност и лазерната ефективност са показани в Таблицы 1 и 2 за първата (а) и втората (б) разрядни тръби. Лазерната ефективност е отношението на средната изходна мощност към средната входна мощност при 65-% електрическа ефективност на възбуждащата схема.

**Таблица 1.**  $C_1 \div C_4$  – номинални стойности на капацитета на кондензаторите;  $C_0$  – гореща стойност на капацитета на кондензаторната батерия;  $P_{out}$  – средна изходна мощност;  $\eta$  - ефективност;  $P_{He} = 38$  Torr;  $f = 20$  kHz,  $P_{in} = 1500$  W.

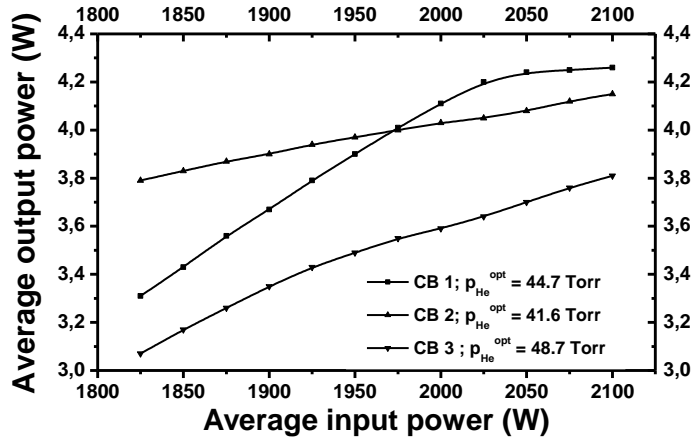
capacitor banks	$C_1$ (pF)	$C_2$ (pF)	$C_3$ (pF)	$C_4$ (pF)	$C_0$ (pF)	$P_{out}$ (W)	$\eta$ (%)
CB1	767	235	235	3300	700	1.25	0.13
CB2	1100	235	235	3300	870	1.58	0.16
CB3	1320	235	235	3300	970	1.70	0.17
CB4	1320	235	235	4700	1065	1.74	0.18
CB5	1650	235	235	4700	1230	1.72	0.18
CB6	1650	470	470	4700	1350	1.49	0.15

Както се вижда при входяща мощност 1.7 kW се получава максимална изходна мощност с CB4.

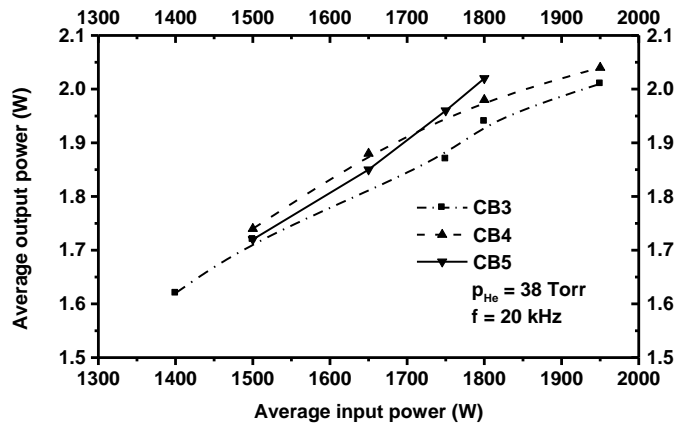
**Таблица 2.**  $C_1 \div C_4$  - nominal-value of the capacitors;  $C_0$  - hot-value of the storage capacitor bank;  $p_{He}$  – optimal helium buffer-gas pressure;  $P_{out}$  – total average output power;  $\eta$  - efficiency;  $f = 19$  kHz,  $P_{in} = 2.1$  kW.

capacitor banks	$C_1$ (pF)	$C_2 = C_3$ (pF)	$C_4$ (pF)	$C_0$ (pF)	$p_{He}$ (Torr)	$P_{out}$ (W)	$\eta$ (%)
CB1	1650	235	4700	1230	44.7	4.26	0.20
CB2	1320	235	4700	1065	41.6	4.15	0.20
CB3	1650	470	4700	1350	48.7	3.80	0.15

(a)



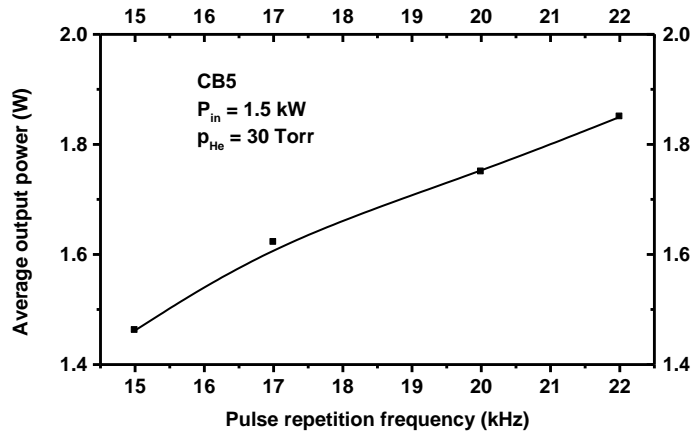
(б)



Фиг. 9 (а) и (б). Зависимост на общата средна изходна мощност от средната входна мощност за първата и втората разрядна тръба

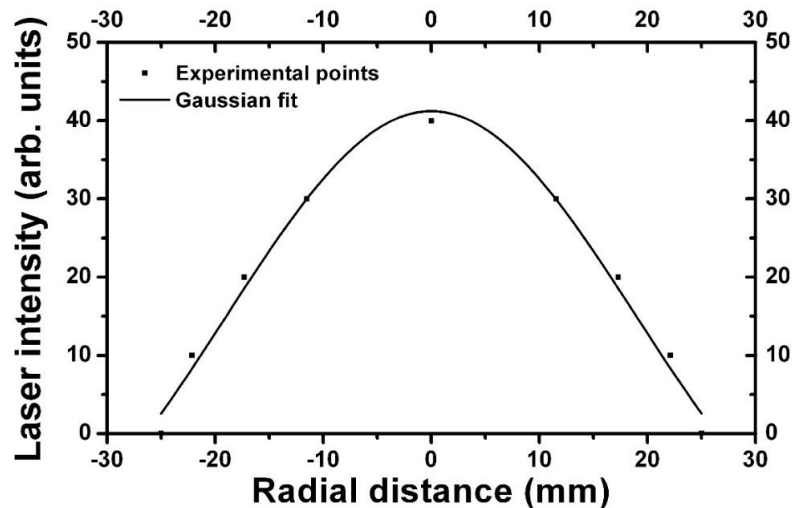
Зависимостта на общата средна лазерна мощност от средната входна мощност е представена на Фиг. 9 съответно за първата (а) и втората (б) разрядни тръби.

Общата средна изходна мощност като функция на честотата на повторение на импулсите е показана на Фиг. 10 за първата разрядна тръба. Наблюдава се монотонен растеж на изходната мощност, когато честотата расте до 22 kHz.



Фиг. 10. Общата средна изходна мощност като функция на честотата на повторение на импулса.

Радиално разпределение на интензивността на лазерното лъчение се измерва чрез термофолио от течен кристал, диспергиран в полимер.



Фиг. 11. Радиално разпределение на интензивността на лазерното лъчение

Полученото изображение се обработва със стандартна компютърна програма и се съпоставя с Гаусовия профил. Получава се сравнително добро съответствие между експерименталните данни и Гаусовия профил. Добре известно е, че Гаусовият лъч се характеризира с най-високо качество, тоест най-ниска разходимост, и е най-подходящ за обработка на материали включително биологична тъкан. Предварителното проучване показва за (FWHM) He-SrBr<sub>2</sub> лазер около 150 ns, което е близо до стойността дадена за оптичен параметричен осцилатор.

При първата лазерна тръба: за MIR стронциев атомни и йонни линии е достигната обща средна изходна мощност от 2.4 W, повече от 80 % от която е концентрирана при 6.45-µm Sr атомна линия.

За втората тръба обща изходна мощност от 4.26 W е измерена при многолинейния изход, повече от 90% от която е концентрирана при 6.45-µm Sr атомна линия.

Увеличението на активният обем от 180 cm<sup>3</sup> до 300 cm<sup>3</sup> (67%) води до нарастване на изходната мощност както следва:

- 1) общата средна изходна мощност от 2.4 до 4.3 W (80%);
- 2) лазерната ефективност при максимални лазерни изходни параметри, от 0.13% до 0.20% (54%);
- 3) средната изходна мощност при 6.45 µm линия, от 1.9 до 3.9 W (два пъти);
- 4) лазерната импулсна енергия от при 6.45 µm от 0.1 до 0.2 mJ (два пъти) [140-142].

По време на изследването на SrBr<sub>2</sub> лазер разрядната тръба работи около 100 часа с разход на материал около 0.25 g за час. Резултатите получени с втората тръба са два пъти по-високи от тези получени при чист стронций.

Изследването на стронциевия лазер, възбуден чрез наносекунден надлъжен He-SrBr<sub>2</sub> разряд, показва че стронциевият бромид може да замени метала стронций като активна среда. Въпреки високата работна температура затрудненията с разрушаването на лазерната тръба са преодоленни.

Съществуват няколко метода за увеличаване на средната изходна мощност при лазери, работещи на самоограничени преходи. По-нататъшно нарастване на изходните параметри на лазер на  $SrBr_2$  се достига чрез увеличаване на активния обем по диаметър и дължина, допълнително пречистване на  $SrBr_2$  и изследване на влиянието на различни добавки към буферния газ. На основата на опита с лазера на пари на  $CuBr$  по нататъшно нарастване на изходните параметри може да се получи чрез увеличение на активния обем, допълнително пречистване на  $SrBr_2$  и подробно изследване на влиянието на някои добавки към буферния газ върху лазерната мощност.

За по-нататъшно увеличение на изходните параметри на  $Sr$  атомен лазер е създадена нова разрядна тръба със значително увеличен активен обем от  $715 \text{ cm}^3$ , която е описана в Глава 2.

## 1.7. Определяне на газовата температура

Добре известно е, че газовата температура е един от основните параметри на газоразрядната плазма, от който зависи взаимодействието на тежките частици в плазмата, концентрацията и разпределението на излъчващите частици, стабилността на газовия разряд и т.н.

Експерименталното или теоретично определяне на температурата на газа е от основно значение и следователно е приложимо за проблеми в различни области, като газоразрядната лазерна физика, плазмените технологии, газоразрядната мас-спектроскопия, абсорбционна и емисионна спектроскопия и в плазмата като цяло. Също така е добре известно, че широко използваните техники за измерване на температурата на газа, използвайки измерванията на уширението на Доплерови спектрални линии и фокусното разстояние на термичните лещи са определено неточни и са с недопустима експерименталната грешка.

Ако приемем, че температурата на газа се променя само радиално и като се има в предвид равномерно или неравномерно консумираната мощност досега е изчислявано разпределението на температурата на газа чрез аналитично решаване на уравнението на топлопроводността за наносекундни импулси в надлъжен разряд в редица газоразрядни тръби [143-145].

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( rk \frac{dT}{dr} \right) + q_v = 0, \quad (1)$$

където  $k$  е коефициентът на топлопроводност на газа,  $T$  е температурата му, а  $q_v$  е енергията, вложена в разряда, за единица обем. Дебелината на керамичната и кварцова тръба се пренебрегват.

Коефициентът на топлопроводност  $k$  отразява различната способност на телата да провеждат топлината навътре в своята маса. При високи температури  $k$  зависи от температурата на средата. Зависимостта на топлопроводността  $k$  на хелий или неон се дава с формулата

$$k = k_0 (T)^m \quad (2)$$

където  $k_0$  и  $m$  са константи (в рамките на определен температурен интервал), които са специфични за всеки газ. Тези константи се получават чрез наслагване на съответните експериментални данни [11]. За хелий  $k_0$  и  $m$  са равни на  $29.7 \cdot 10^{-4}$  и 0.691, съответно.

Ако разглеждаме две зони – разрядна зона  $0 \leq r \leq R_1$  и свободна от разряд зона  $R_1 \leq r \leq R_2$ , математическият модел на топлинните процеси се описва със следните уравнения и допълнителни условия:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( rk_1 (T^{(1)}) \frac{dT^{(1)}}{dr} \right) + q_v = 0, \quad 0 < r < R_1, \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r k_2(T^{(2)}) \frac{dT^{(2)}}{dr} \right) = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad (4)$$

$$T^{(1)}(R_1 - 0) = T^{(2)}(R_1 + 0), \quad (5)$$

$$k_1(T^{(1)}) \frac{dT^{(1)}}{dr} \Big|_{R_1-0} = k_2(T^{(2)}) \frac{dT^{(1)}}{dr} \Big|_{R_1+0}, \quad (6)$$

$$\frac{dT^{(1)}}{dr} \Big|_{r=0} = 0, \quad (7)$$

$$T^{(2)}(R_2) = T_w, \quad (8)$$

където

$$k_1(T^{(1)}) = k_0 [T^{(1)}]^m, \quad k_2(T^{(2)}) = k_0 [T^{(2)}]^m, \quad k_0 = \text{const}, \quad m = \text{const}.$$

Уравненията (3) и (4) описват топлопредаването в двете зони; условията за спрягане (5) и (6) моделират "идеален контакт" между двете зони; условие (7) означава симетрия на решението по отношение на нулата; условие (8) задава температурата, която се поддържа по външната стена на тръбата.

Като се използват изчислените коефициенти на топлопроводност чрез фитинг на експерименталните данни, твърда сфера и 12-6 Ленард-Джоунс апроксимации за вътрешно атомни взаимодействия, аналитичното решение на задача (3)-(8) е намерено в [публикации 7] за различни конструкции на разрядните тръби при равномерна и неравномерна входна електрическа мощност. Средната газова температура също така е намерена чрез усредняване на радиалното разпределение на температурата по радиуса. То има следния вид:

- в разрядната зона:

$$T^{(1)}(r) = \left[ T_0^{1+m} + \frac{q_v(m+1)}{4k_0} (R_1^2 - r^2) \right]^{\frac{1}{1+m}}, \quad 0 \leq r \leq R_1,$$

където



$$T_0 = \left[ T_w^{1+m} + \frac{q_v(m+1)}{2k_0} R_1^2 \ln \frac{R_2}{R_1} \right]^{\frac{1}{1+m}};$$

- в свободната от разряд зона:

$$T^{(2)}(r) = \left[ T_w^{1+m} + \frac{q_v(m+1)}{2k_0} R_1^2 \ln \frac{R_2}{r} \right]^{\frac{1}{1+m}}, \quad R_1 \leq r \leq R_2.$$

Средната газова температура е

$$\langle T \rangle = \frac{4k_0}{(2+m)q_v R^2} (T_0^{2+m} - T_w^{2+m}).$$

## 1.8. Цели и задачи на дисертационния труд

Въз основа на казаното дотук за цел на дисертацията се поставя разработването на 2D модел за мощен He-SrBr<sub>2</sub> лазер със значително увеличен активен обем. За постигане на тази цел се поставят следните задачи:

1. Определяне на газовата температура в проектираната нова тръба без допълнителна термична изолация.
2. Съставяне на 2D числен модел за температурата за разработената високотемпературната разновидност на тръбата с допълнителна термична изолация.

- ✚ Първата задача включва изследване и разработка на 2D модел при увеличение на активния обем чрез по-голям вътрешен диаметър и дължината на лазерната тръба на Sr възбуден в наносекунден импулсен надлъжен разряд.

- ✚ По втората задача имайки предвид осева симетрия и еднородна входяща мощност, 2D моделът  $(r, z)$  е разработен чрез числени методи и за определяне на газовата температура и в новата високотемпературна разрядна тръба при допълнителна некомпактна изолация в свободната от разряд зона, за да се получи оптималният температурен режим за достигане на максимална средна изходна мощност.
- ✚ Последна задача е разработване на план бъдещото приложение при нови подобни експериментални постановки като се отчетат резултатите от настоящото числено решение.

По първа и втора задача за разработването на модела се следват основните стъпки при провеждане на изчислителния експеримент, а именно

- Математическо моделиране на процеса.
- Построяване на числен метод за приближено решаване на задачата, написване на изчислителния алгоритъм.
- Програмиране на изчислителния алгоритъм.
- Провеждане на числени пресмятания с помощта на написаната програма.
- Анализ на получените числени резултати и уточняване на математическия модел.

## 1.9. Съдържание на дисертацията

Структурата на дисертацията е увод, пет глави и заключение. Обемът на дисертацията е 119 страници, които включват 22 фигури. Цитирани са 145 литературни източника.

Първа глава е посветена на развитието и особеностите на работата на лазерите с метални пари, генериращи на самоограничени атомни преходи и на йонни преходи. Разгледани са основните механизми за създаване на инверсна населеност и различните методи за получаване на метални пари. Подробно е разгледан стронциевият атомен лазер като основен тип лазер при провежданите експерименти.

Във втора глава накратко е описана експерименталната техника и някои детайли на провежданите експерименти, които в голяма степен са общи за всички проведени изследвания.

В глава трета е представено основното иновативно съдържание, а именно описанието на двумерния модел за решаване на стационарното уравнение на топлопроводността при стронциев лазер.

Това налага използването на **метода на изчислителния експеримент (ИЕ)**, който се наложи през последните 45-50 години като мощен метод за приближено решаване на големи научно-технически задачи и в частност на математически модели, описващи сложни физически процеси поради бурното развитие на числените методи и на компютърната техника. Методът на изчислителния експеримент е сравнително нов метод или нестандартен метод за теоретично изследване на сложни реални процеси, допускащи математическо моделиране.

Показани са стъпките които принципно се следват при провеждане на изчислителния експеримент.

В четвърта глава е представено 2D числено моделиране на разпределението на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен

разряд в хелий с малки добавки на неон, стронций и бром, резултатите от него и тяхното интерпретиране.

В пета глава се описва 2D числено моделиране на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен разряд He-SrBr<sub>2</sub> възбуден във високотемпературна газоразрядна тръба за мощен стронциев лазер.

Численият 2D (r, z) модел на разпределението на газовата температура е разработен за случая на осева симетрия и равномерна входяща мощност при нова високотемпературна тръба с допълнителна некомпактна изолация в свободната от разряд зона, за да се намери оптималния термичен режим за достигане на максимални изходни лазерни параметри. Чрез този модел се определя температурата на газа в надлъжен разряд от наносекундни импулси в хелий с малка добавка на неон, стронций и бром.

В заключението са формулирани принципните резултати, т.е. как са изпълнени поставените цели, оценени са експерименталните грешки - чрез съпоставяне с резултатите от аналитичното решение.

## ГЛАВА ВТОРА

### Експериментална техника

#### 2.1. Електрическа схема за възбуждане с взаимодействащи контури

Схематична диаграма на схемата за възбуждане (IC) за Стронциев атомен лазер възбуждан чрез наносекунден импулсен надлъжен He-SrBr<sub>2</sub> разряд е представена и описана в глава първа 1.6, Фиг. 5.

Схемата за възбуждане с взаимодействащи контури (interacting circuits - IC), създадена и изследвана в лабораторията и използвана за възбуждане на лазера. Схемата се състои от два взаимодействащи контура, всеки от които съдържа метална пластина от дуралуминий с полуцилиндрична форма и разположена близо до лазерната тръба, която се явява общ елемент за двата контура. Всяка от металните пластини, P<sub>1</sub> и P<sub>2</sub>, е свързана в двата си края с електродите на разрядната тръба чрез два кондензатора (фиг.5). Ключът Т е водороден тиратрон TGI 1000/25. Кондензаторите (C<sub>1</sub>,...,C<sub>4</sub>), образуващи кондензаторна батерия (CB), са KVI-3 с ниска индуктивност. Техния капацитет е експериментално оптимизиран. Кондензаторната батерия се зарежда от високоволтов (HV) изправител. Индуктивността L<sub>1</sub> се използва за изравняване на потенциалите на електродите по време на зареждане на кондензаторната батерия. Импулсната възбуждаща схема може да достави напрежение и токови импулси с амплитуда до 20 kV и 500 A, съответно, продължителност на възбуждащия импулс от 50–300 ns, и честота на повторение на възбуждащите импулси от 5–30 kHz.

Новата IC схема за възбуждане се характеризира с няколко съществени особености. Първо, при нея не се използва работен кондензатор, а една обща кондензаторна батерия, съставена от кондензаторите  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$ . Второ, нито един от електродите  $E_1$  и  $E_2$  на разрядната тръба не е заземен. При лазерите, възбуждани с ОС и ИРС схеми катодът (електродът, които е под високо напрежение) на разрядната тръба се нагрява до значително по-висока температура от анода (заземения електрод).

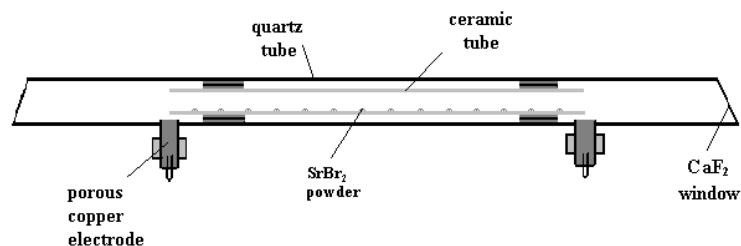
## 2.2. Конструкция на лазерните тръби

### 2.2.1. Първа тръба

Всеки лазер има конструктивни детайли, които са специфични за дадения тип. Материалът, използван за разрядните тръби, трябва да бъде химически устойчив към дадените метални пари и не трябва да изпуска замърсяващи примеси в разряда при съответните работни температури. Стъкло може да се използва само при температури до около  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а кварцови тръби - до  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При температури в диапазона  $1000 - 1800\text{ }^{\circ}\text{C}$  се използват тръби от различни керамики –  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{BeO}$ ,  $\text{Y}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Y}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{ZrO}_2$

Схематична диаграма на разрядната тръба за стронциев атомен лазер, възбуждан чрез наносекунден импулсен надлъжен He-SrBr<sub>2</sub> разряд е представена и описана в глава първа 1.6, Фиг. 4.

#### **Тръба 1, Използвана при 2D моделирането на температурата**



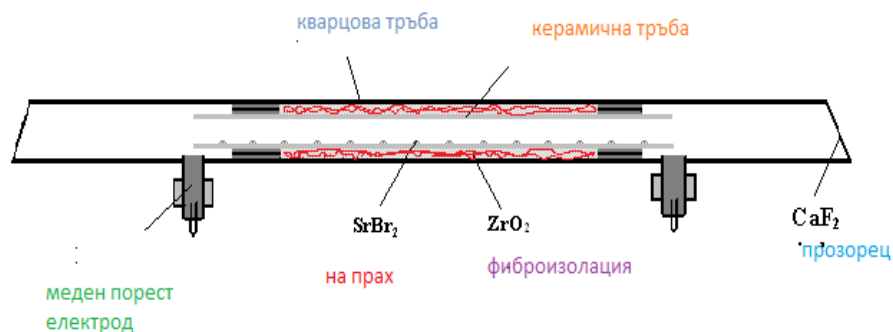
Фиг.12. Конструкция на разрядната тръба

Схематична диаграма на разрядната тръба с увеличен активен обем е показана на фиг.12. Основната тръба с вътрешен диаметър 71.5- мм и външен диаметър 76-мм е направен от топен кварц. Керамична тръба, направена от  $Al_2O_3$ , е коаксиално поставена в основната тръба и ограничава разряда в област с размери с вътрешен диаметър 30.5-мм и външен диаметър 38.5-мм с дължина 98 см. По дължината на керамичната тръба е поставен  $SrBr_2$  на прах.

Импулсите на възбуждане нагреват разрядната тръба(канал) с активната смес - енергията на импулса на разряда се предава и възбужда работния газ (газовата смес) т.е. разрядът е в режим на самонагреване. Температурата на повърхността на кварцова тръба се измерва с термодвойка. Електродите на разрядната тръбата са направени от пореста мед със специален дизайн, за да се предотврати запрашаване със  $SrBr_2$  и  $Br_2$ . Прозорчета от  $CaF_2$  са залепени към краищата на разрядната тръба.

## 2.2.2. Втора тръба

### Тръба 2, Използвана при 2D моделирането на температурата



Фиг. 13. Конструкция на втора разрядна тръба

Схематична диаграма на новата високо температурна разрядна тръба с увеличен активен обем е показана на фиг. 13. Основната тръба с вътрешен диаметър 71.5 мм и външен диаметър 76 мм е направена от топен кварц. Керамична тръба, направена от  $Al_2O_3$ , е коаксиално поставена в основната тръба и ограничава разряда в област с размери с вътрешен диаметър 30.5-мм и външен диаметър 38.5-мм с дължина 98 см. По дължината на керамичната тръба е поставен  $SrBr_2$  на прах. **Зоната между керамичната тръба, основната кварцова тръба и държачите на керамичната тръба са некомпактно запълнени с фиброизолация от  $ZrO_2$ .** Импулсите на възбуждане нагреват разрядната тръба(канал) с активната смес - енергията на импулса на разряда се предава и възбужда работния газ (газовата смес) т.е. разряда е в режим на самонагреване. Температурата на повърхността на кварцова тръба се измерва с термодвойка. Електродите на разрядната тръбата са направени от порест мед със специален дизайн, за да се предотврати замърсяване със  $SrBr_2$  и  $Br_2$ . Прозорчета от  $CaF_2$  са залепени към краищата на разрядната тръба.

### 2.3. Измерване на температурата с термодвойка

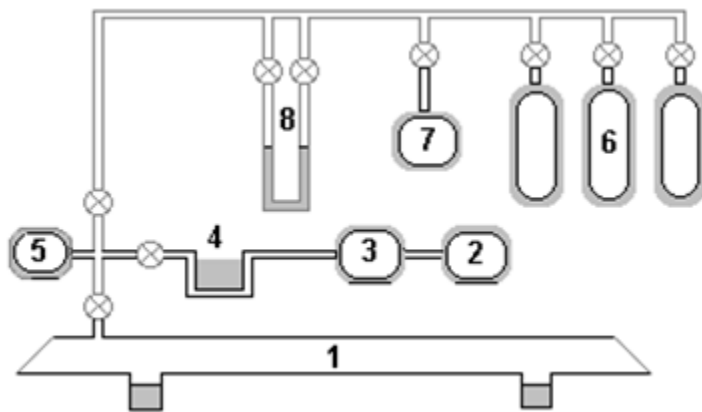
Температурата на външната стена на кварцовата тръба се регистрира с термодвойка хромел-алумел, като се измерва термо-електродвижещото напрежение между свободните краища на термодвойката, а общият (запоеният) край се монтира към кварцовата стена.



## 2.4. Вакуумно-газова инсталация

Принципната схема на вакуумно-газовата инсталация е показана на Фиг.14. Високият вакуум, необходим за работата на лазерите с метални пари (1), се получава чрез вакуумно-помпен агрегат. Вакуумно-помпният агрегат се състои от три степени - ротационна помпа (2), създаваща вакуум до  $2.5 \cdot 10^{-2}$  Torr, живачна дифузионна помпа (3) - осигуряваща вакуум до  $10^{-5}$  Torr, и уловки (4) с течен азот. Вакуумът се контролира с комбиниран Пирани-Пеннинг вакууммер (5).

Спектрално чисти инертни газове се дозират от бутилки (6) като за по-голяма прецизност се използват иглени вентили. Водородът се получава в агрегат, включващ водороден гетер - титаниев хидрид (7). Дозирането на съответния буферен газ става с помощта на маслен манометър. (8).



Фиг.14. Принципната схема на вакуумно-газовата инсталация

## 2.5. Лазерен резонатор

Лазерният резонатор се състои от плоско огледало със златно покритие и плоскопаралелна пластина от  $\text{CaF}_2$ . Дължината на резонатора е 2.30 m.

## ГЛАВА ТРЕТА

### Описание на 2D модела за определяне на температурата на He-SrBr<sub>2</sub> лазер, възбуден в наносекунден надлъжен разряд

Както е показано в уводната глава, намирането на аналитично решение на гореспоменатата задача за 2D  $(r, z)$  и 3D  $(r, \varphi, z)$  случаи среща непреодолими препятствия. Това налага използването на **метода на изчислителния експеримент (ИЕ)**, който се наложи през последните 45-50 години като мощен метод за приближено решаване на големи научно-технически задачи и в частност на математически модели, описващи сложни физически процеси. Това стана възможно поради бурното развитие на числените методи и на компютърната техника. Методът на изчислителния експеримент е нов метод за теоретично изследване на сложни реални процеси, допускащи математическо моделиране.

Да разгледаме каква е същността на ИЕ. Ако искаме да изучим някакъв физически процес с използването на ИЕ, то трябва да преминем през няколко етапа.

#### 3.1. Същност и етапи на метода

**Първи етап: Математическо моделиране на процеса.** Това означава указване на съвкупността от търсените и известните величини и връзките между

тях. Уравненията на математическата физика най-често са диференциални уравнения (обикновени или частни), а също така и интегрални и интегро-диференциални уравнения. Обикновено те изразяват закони за запазване на физически величини (енергия, маса и др.) и като правило са нелинейни [128,129].

След съставяне на математическия модел, трябва да се извърши изследването му с помощта на общата теория на диференциалните и интегралните уравнения, т.е. да се провери дали задачата е разрешима и има ли тя единствено решение, дали решението не може да се напише в явен вид или да се намерят частни решения. Частните решения са важни за получаване на първична информация за характера на процеса а също и като тестови примери за проверка на качествата на числените алгоритми.

**Втори етап:** Построяване на числен метод за приближено решаване на задачата, написване на изчислителния алгоритъм.

**Трети етап:** Програмиране на изчислителния алгоритъм.

**Четвърти етап:** Провеждане на числени пресмятания с помощта на написаната програма.

**Пети етап:** Анализ на получените числени резултати и уточняване на математическия модел.

При разглежданите в настоящата дисертация конкретни задачи за числено решаване на математическите модели, които се състоят от диференциални уравнения и допълнителни условия, се прилага *методът на крайните разлики* (МКР), наречен още *метод на диференчните схеми*. Той свежда решаването на диференциалните уравнения до решаването на система алгебрични уравнения.

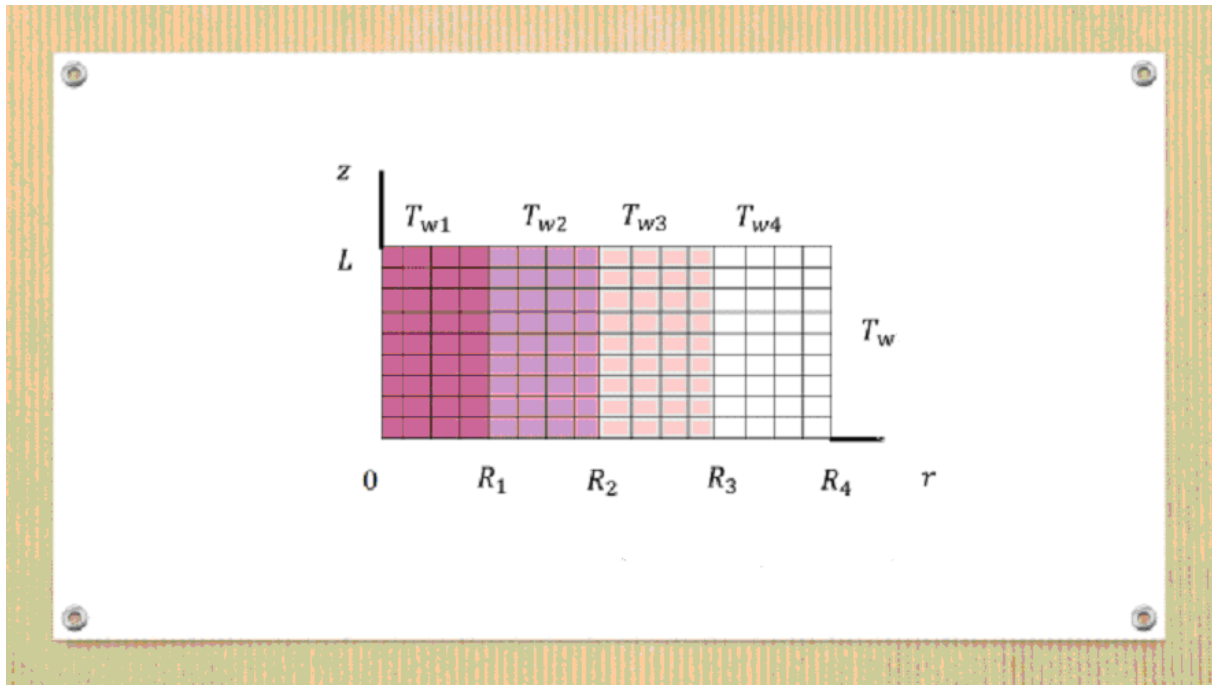
Математическият 2D  $(r, z)$  модел на температурата на газа е разработен за случая на осева симетрия и еднаква (равномерна) входяща мощност. Чрез този модел се определя температурата на газа в надлъжен разряд от *наносекундни* импулси в хелий с малка добавка на неон, стронций и бром.

Имайки предвид осева симетрия и равномерна входяща мощност, 2D моделът  $(r, z)$  е разработен за определяне на газовата температура на

стационарното уравнение на топлопроводността в случая на една разрядна зона с  $q_v \neq 0$  с радиус  $R_1$  и три свободни от разряд зони (за които  $q_v = 0$ ), а именно: керамична тръба с граници  $(R_1, R_2)$ , газообразно разрядна област с граници  $(R_2, R_3)$  и основната тръба, направена от топен кварц, с граници  $(R_3, R_4)$ .

### Постановка на 2D $(r, z)$ модела

На Фиг. 15 е представена схематично областта, съставена от разглежданите четири зони.



Фиг. 15.

Разглеждаме задачата

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_1(T^{(1)}) \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_1(T^{(1)}) \frac{\partial T^{(1)}}{\partial z} \right) + q_v = 0, \quad 0 < r < R_1, \quad 0 < z < L, \quad (9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_2(T^{(2)}) \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_2(T^{(2)}) \frac{\partial T^{(2)}}{\partial z} \right) = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad 0 < z < L, \quad (10)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_3(T^{(3)}) \frac{\partial T^{(3)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_3(T^{(3)}) \frac{\partial T^{(3)}}{\partial z} \right) = 0, \quad R_2 < r < R_3, \quad 0 < z < L, \quad (11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_4(T^{(4)}) \frac{\partial T^{(4)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_4(T^{(4)}) \frac{\partial T^{(4)}}{\partial z} \right) = 0, \quad R_3 < r < R_4, \quad 0 < z < L, \quad (12)$$

$$T^{(1)}(R_1 - 0, z) = T^{(2)}(R_1 + 0, z), \quad 0 \leq z \leq L, \quad (13)$$

$$k_1(T^{(1)}) \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \Big|_{R_1-0} = k_2(T^{(2)}) \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \Big|_{R_1+0},$$

$$T^{(2)}(R_2 - 0, z) = T^{(3)}(R_2 + 0, z), \quad 0 \leq z \leq L, \quad (14)$$

$$k_2(T^{(2)}) \frac{\partial T^{(2)}}{\partial r} \Big|_{R_2-0} = k_3(T^{(3)}) \frac{\partial T^{(3)}}{\partial r} \Big|_{R_2+0},$$

$$T^{(3)}(R_3 - 0, z) = T^{(4)}(R_3 + 0, z), \quad 0 \leq z \leq L, \quad (15)$$

$$k_3(T^{(3)}) \frac{\partial T^{(3)}}{\partial r} \Big|_{R_3-0} = k_4(T^{(4)}) \frac{\partial T^{(4)}}{\partial r} \Big|_{R_3+0},$$

$$\frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad 0 \leq z \leq L, \quad (16)$$

$$T^{(4)} \Big|_{r=R_4} = T_w, \quad 0 \leq z \leq L, \quad (17)$$

$$T^{(1)} \Big|_{z=0} = T^{(1)} \Big|_{z=L} = T_{w,1}, \quad 0 \leq r < R_1, \quad (18)$$

$$T^{(1)} \Big|_{z=0} = T^{(1)} \Big|_{z=L} = 0.5(T_{w,1} + T_{w,2}), \quad r = R_1,$$

$$T^{(2)}\Big|_{z=0} = T^{(2)}\Big|_{z=L} = T_{w,2}, \quad R_1 < r < R_2, \quad (19)$$

$$T^{(2)}\Big|_{z=0} = T^{(2)}\Big|_{z=L} = 0.5(T_{w,2} + T_{w,3}), \quad r = R_2,$$

$$T^{(3)}\Big|_{z=0} = T^{(3)}\Big|_{z=L} = T_{w,3}, \quad R_2 < r < R_3, \quad (20)$$

$$T^{(3)}\Big|_{z=0} = T^{(3)}\Big|_{z=L} = 0.5(T_{w,3} + T_{w,4}), \quad r = R_3,$$

$$T^{(4)}\Big|_{z=0} = T^{(4)}\Big|_{z=L} = T_{w,4}, \quad R_3 < r \leq R_4, \quad (21)$$

където

$$k_1 = k_0 [T^{(1)}]^m, \quad k_2 = k'_0 [T^{(2)}]^{m'}, \quad k_3 = k_0 [T^{(3)}]^m, \quad k_4 = k''_0 [T^{(4)}]^{m''}, \quad (22)$$

$$k_0 = const, \quad m = const, \quad k'_0 = const, \quad m' = const, \quad k''_0 = const, \quad m'' = const.$$

Уравненията (9)-(12) са стационарни уравнения на топлопроводността в двумерния  $(r, z)$  случай за всяка една от четирите зони, записани в полярни координати. Условията (13)-(15) са така наречените условия за идеален контакт (непрекъснатост на температурата и потока). Условие (16) е гранично условие за симетрия по оста на цилиндъра, а условие (17) задава температурата по стената на тръбата. Условията (18)-(21) задават температурите на отделните зони при  $z = 0$  и  $z = L$ , като в точката на контакт между две зони се приема, че температурата е равна на средното аритметично на стойностите на температурите в двете съседни зони. Задача (9)-(22) е нелинейна, защото коефициентите ѝ зависят от търсеното решение.

Както казахме по-рано, формулираната задача (9)-(22) не може да бъде решена аналитично. Затова в дисертацията тази задача се решава с помощта на числени методи и по-точно с метода на крайните разлики (диференчни схеми).

За да се напише диференчна схема, апроксимираща дадената диференциална задача, най-напред трябва да се направи *дискретизация на*

областта, т. е. да се замени областта на непрекъснато изменение на аргумента с област на дискретно изменение. В случая това означава в правоъгълника  $D = \{(r, z) : 0 \leq r \leq R_4, 0 \leq z \leq L\}$  да се въведе мрежа от точки. След въвеждането на мрежата, трябва да се направи *дискретизация на задачата* т.е. да се заменят основните диференциални уравнения и допълнителните условия с дискретни аналози.

Към основните понятия в теорията на диференчните схеми спадат следните понятия:

- *Мрежа* - това е множеството от точки, в които се търси приближено решение на задачата. В настоящата дисертация се използва равномерна мрежа – т. е. точките на мрежата са равноотдалечени.
- *Възли на мрежата* се наричат точките на мрежата.
- *Мрежова функция* се нарича всяка функция, дефинирана във възлите на мрежата.
- *Шаблон на даден възел*  $x$  от мрежата, който ще означаваме с  $\mathcal{N}(x)$ , се нарича множеството от възела и съседните му възли, стойностите на мрежовата функция в които се използват при апроксимиране на производните във възела  $x$ .
- *Околност на възела*  $x$  се нарича множеството от възли, което се получава като от шаблона на възела  $x$  изключим самия възел  $x$ , т. е.  $\mathcal{N}'(x) = \mathcal{N}(x) \setminus \{x\}$ .

В разглежданата област  $D$  въвеждаме правоъгълна равномерна мрежа от точки и всички производни заменяме с техни приближения. В резултат получаваме система нелинейни алгебрични уравнения (защото задачата е нелинейна), която се решава с помощта на итерационен метод. Итерационният метод е метод, при който тръгваме от някакво начално приближение на решението (обикновено много грубо приближение на търсено решение), което последователно подобряваме.

Уравненията на математическата физика изразяват закони за съхранение - в случая закона за съхранение на енергията (или още на топлината) в



диференциална форма. Методът на крайните разлики физически означава преход от непрекъснатата среда към някакъв дискретен неин модел. Задачи като тази, отразяващи закони за съхранение, се формулират с помощта на основно диференциално уравнение и гранични условия. Естествено е да искаме съответните закони да останат в сила и за диференчните схеми, които апроксимират разглежданите диференциални задачи. Диференчни схеми които запазват законите за съхранение върху мрежата се наричат *консервативни*.

Не е целесъобразно да се строят диференчни схеми и да се съставят програми предназначени само за решаване на отделни задачи от частен вид. Изискването за еднообразие на изчислителния алгоритъм води до понятието *хомогенни диференчни схеми*. Това са диференчни схеми, видът на които не зависи от избора на конкретната задача - във всички възли на мрежата за всяка задача от разглеждания клас диференчните уравнения имат един и същ вид. Коефициентите на диференчната схема се пресмятат с помощта на коефициентите на диференциалното уравнение и зависят от стъпката на мрежата като от параметър, но не зависят от възела на мрежата и от конкретния избор на коефициентите.

За построяване на консервативни диференчни схеми се използва *интегро-интерполационният метод (методът на баланса)*. Използването му е наложително при променливи и особено при прекъснати коефициенти. Ние също използваме този метод за построяване на диференчна схема за задача (9)-(21).

### 3.2. Числено решаване на задачата

В правоъгълника  $D = \{(r, z) : 0 \leq r \leq R_4, 0 \leq z \leq L\} = [0, R_4] \times [0, L]$  въвеждаме правоъгълна равномерна мрежа и по двете направления така, че правите  $r = 0$ ,  $r = R_1$ ,  $r = R_2$ ,  $r = R_3$ ,  $r = R_4$  да са прави от мрежата:

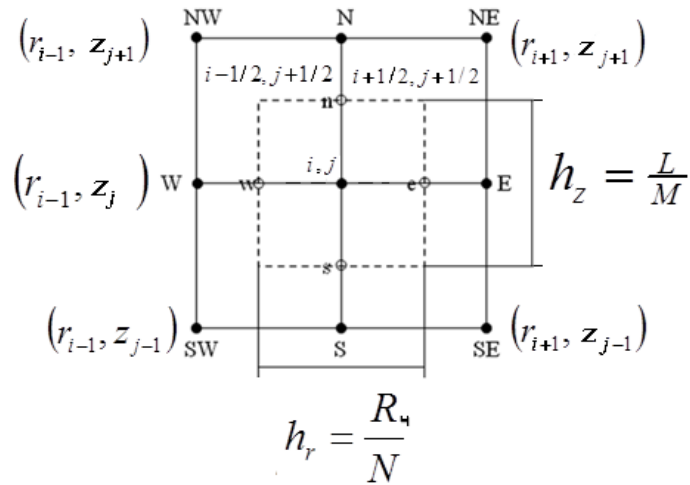
$$\bar{\omega}_{h_r, h_z} = \bar{\omega}_{h_r} \times \bar{\omega}_{h_z},$$

където

$$\bar{\omega}_{h_r} = \{r_i = (i-1)h_r, i = 1, 2, \dots, N_1 + 1, N_1 + 2, \dots, N_2 + 1, N_2 + 2, \dots, N_3 + 1, N_3 + 2, \dots, N_4 + 1,$$

$$N_1 h_r = R_1, \quad N_2 h_r = R_2, \quad N_3 h_r = R_3, \quad N_4 h_r = R_4 \},$$

$$\bar{\omega}_{h_z} = \{z_j = (j-1)h_z, j = 1, 2, \dots, M + 1, M h_z = L\}.$$



Фиг. 16.

За получаване на диференчна апроксимация ще използваме метода на баланса. За да бъде по-компактно извеждането на диференчната схема, да запишем уравнения (9)-(12) с едно уравнение

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \bar{q}_v = 0, \quad (23)$$

където

$$k(T) = \begin{cases} k_1(T^{(1)}), & 0 \leq r \leq R_1, \\ k_2(T^{(2)}), & R_1 \leq r \leq R_2, \\ k_3(T^{(3)}), & R_2 \leq r \leq R_3, \\ k_4(T^{(4)}), & R_3 \leq r \leq R_4, \end{cases} \quad \bar{q}_v = \begin{cases} q_v \neq 0, & 0 \leq r \leq R_1, \\ 0, & R_1 \leq r \leq R_4. \end{cases} \quad (24)$$

Да интегрираме уравнение (23) в областта  $[r_{i-1/2}, r_{i+1/2}] \times [z_{j-1/2}, z_{j+1/2}]$  (фиг. 15) за  $i = 2, 3, \dots, N_1, N_1 + 2, N_1 + 3, \dots, N_2, N_2 + 2, N_2 + 3, \dots, N_3, N_3 + 2, N_3 + 3, \dots, N_4$ , и  $j = 2, 3, \dots, M$ . Ще получим

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz dr + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \bar{q}_v dz dr = 0. \quad (25)$$

Да въведем означенията

$$W^r(r, z) = rk(T) \frac{\partial T}{\partial r}, \quad W^z(r, z) = k(T) \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (26)$$

които всъщност са равни на потоците в двете направления, взети със знак минус. Като приложим към (25) два пъти приближение на теоремата за средните стойности при интегралите, ще получим последователно приблизителните равенства

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{1}{r_i} \left[ W^r(r_{i+1/2}, z) - W^r(r_{i-1/2}, z) \right] dz + \int_{r_{i-1/2}}^{r_{i+1/2}} \left[ W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2}) \right] dr + \bar{q}_v h_r h_z \approx 0, \\ \frac{1}{r_i} \left[ W^r(r_{i+1/2}, z_j) - W^r(r_{i-1/2}, z_j) \right] h_z + \left[ W^z(r_i, z_{j+1/2}) - W^z(r_i, z_{j-1/2}) \right] h_r + \bar{q}_v h_r h_z \approx 0. \quad (27)$$

Представяме изразите за потоците (26) във вида

$$\frac{W^r(r, z)}{rk(T)} = \frac{\partial T}{\partial r}, \quad \frac{W^z(r, z)}{k(T)} = \frac{\partial T}{\partial z} \quad (28)$$

и интегрираме първото равенство в (28) по  $r$  в интервала  $[r_{i-1}, r_i]$ , а второто – по  $z$  в интервала  $[z_{j-1}, z_j]$ . Получаваме

$$\int_{r_{i-1}}^{r_i} \frac{W^r(r, z)}{rk(T)} dr = \int_{r_{i-1}}^{r_i} \frac{\partial T}{\partial r} dr, \quad \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{W^z(r, z)}{k(T)} dz = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{\partial T}{\partial z} dz. \quad (29)$$

Отново прилагаме приближение на теоремата за средните стойности при интегралите и получаваме

$$\frac{W^r(r_{i-1/2}, z)}{r_{i-1/2}} \int_{r_{i-1}}^{r_i} \frac{1}{k(T(r, z))} dr \approx T(r_i, z) - T(r_{i-1}, z),$$

$$W^z(r, z_{j-1/2}) \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{1}{k(T(r, z))} dz \approx T(r, z_j) - T(r, z_{j-1}).$$

Разделяме двете страни на последните равенства с  $h_r$  и  $h_z$  съответно:

$$\frac{W^r(r_{i-1/2}, z)}{r_{i-1/2}} \frac{1}{h_r} \int_{r_{i-1}}^{r_i} \frac{1}{k(T(r, z))} dr \approx \frac{T(r_i, z) - T(r_{i-1}, z)}{h_r},$$

$$W^z(r, z_{j-1/2}) \frac{1}{h_z} \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{1}{k(T(r, z))} dz \approx \frac{T(r, z_j) - T(r, z_{j-1})}{h_z}.$$

Оттук

$$W^r(r_{i-1/2}, z) \approx r_{i-1/2} \left[ \frac{1}{h_r} \int_{r_{i-1}}^{r_i} \frac{1}{k(T(r, z))} dr \right]^{-1} \frac{T(r_i, z) - T(r_{i-1}, z)}{h_r},$$

$$W^z(r, z_{j-1/2}) \approx \left[ \frac{1}{h_z} \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{1}{k(T(r, z))} dz \right]^{-1} \frac{T(r, z_j) - T(r, z_{j-1})}{h_z}.$$

Интегралите в последните две равенства можем да представим приближено, след което получаваме

$$\begin{aligned} W^r(r_{i-1/2}, z) &\approx r_{i-1/2} \left[ \frac{k(T(r_i, z)) + k(T(r_{i-1}, z))}{2} \right] \frac{T(r_i, z) - T(r_{i-1}, z)}{h_r}, \\ W^z(r, z_{j-1/2}) &\approx \left[ \frac{k(T(r, z_j)) + k(T(r, z_{j-1}))}{2} \right] \frac{T(r, z_j) - T(r, z_{j-1})}{h_z}. \end{aligned} \quad (30)$$

Аналогично за потоците  $W^r(r_{i+1/2}, z)$  и получаваме  $W^z(r, z_{j+1/2})$

$$\begin{aligned} W^r(r_{i+1/2}, z) &\approx r_{i+1/2} \left[ \frac{k(T(r_{i+1}, z)) + k(T(r_i, z))}{2} \right] \frac{T(r_{i+1}, z) - T(r_i, z)}{h_r}, \\ W^z(r, z_{j+1/2}) &\approx \left[ \frac{k(T(r, z_{j+1})) + k(T(r, z_j))}{2} \right] \frac{T(r, z_{j+1}) - T(r, z_j)}{h_z}. \end{aligned} \quad (31)$$

Да заместим в (27) изразите за потоците от (30) и (31). Получаваме следното приблизително равенство:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{r_i} \left[ r_{i+1/2} \left( \frac{k(T(r_{i+1}, z_j)) + k(T(r_i, z_j))}{2} \right) \frac{T(r_{i+1}, z_j) - T(r_i, z_j)}{h_r} - \right. \\ &\left. - r_{i-1/2} \left( \frac{k(T(r_i, z_j)) + k(T(r_{i-1}, z_j))}{2} \right) \frac{T(r_i, z_j) - T(r_{i-1}, z_j)}{h_r} \right] h_z + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \left( \frac{k(T(r_i, z_{j+1})) + k(T(r_i, z_j))}{2} \right) \frac{T(r_i, z_{j+1}) - T(r_i, z_j)}{h_z} - \right. \\
& \left. - \left( \frac{k(T(r_i, z_j)) + k(T(r_i, z_{j-1}))}{2} \right) \frac{T(r_i, z_j) - T(r_i, z_{j-1})}{h_z} \right\} h_r + \bar{q}_v h_r h_z \approx 0.
\end{aligned}$$

Да означим с  $T_{i,j}$  стойността на приближеното решение във възела  $(r_i, z_j)$ , т. е.

$T_{i,j} \approx T(r_i, z_j)$  и да въведем означенията

$$a_{i,j}(T) = \frac{k(T_{i,j}) + k(T_{i-1,j})}{2}, \quad b_{i,j}(T) = \frac{k(T_{i,j}) + k(T_{i,j-1})}{2}.$$

При тези означения получаваме следната диференчна апроксимация на диференциалното уравнение уравнение (23):

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{r_i} \left[ r_{i+1/2} a_{i+1,j}(T) \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{h_r} - r_{i-1/2} a_{i,j}(T) \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{h_r} \right] h_z + \\
& + \left[ b_{i,j+1}(T) \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{h_z} - b_{i,j}(T) \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{h_z} \right] h_r + \bar{q}_v h_r h_z = 0,
\end{aligned} \tag{32}$$

$$i = 2, 3, \dots, N_1, N_1 + 2, N_1 + 3, \dots, N_2, N_2 + 2, N_2 + 3, \dots, N_3, N_3 + 2, N_3 + 3, \dots, N_4,$$

$$j = 2, 3, \dots, M.$$

Да получим сега диференчна апроксимация на условие (16). Да умножим уравнение (23) по  $r$ . Получаваме

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + r \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + r q_v = 0. \tag{33}$$

Да интегрираме уравнение (33) в областта  $[0, r_{3/2}] \times [z_{j-1/2}, z_{j+1/2}]$ ,  $j = 2, 3, \dots, M$ . Ще получим последователно

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \int_0^{r_{3/2}} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz + \int_0^{r_{3/2}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} r \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) dz dr + \int_0^{r_{3/2}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} r q_v dz dr = 0,$$

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} [W^r(r_{3/2}, z) - W^r(0, z)] dz + \int_0^{r_{3/2}} r [W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2})] dr + \bar{q}_v h_z \frac{r^2}{2} \Big|_0^{h_r} = 0. \quad (34)$$

Но от условие (16) следва, че  $W^r(0, z) = 0$  и (34) приема вида

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} W^r(r_{3/2}, z) dz + \int_0^{r_{3/2}} r [W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2})] dr + q_v h_z \frac{h_r^2}{8} = 0. \quad (35)$$

Като приложим към интегралите в (35) приближение на теоремата за средните стойности при интегралите, ще получим

$$W^r(r_{3/2}, z_j) h_z + [W^z(0, z_{j+1/2}) - W^z(0, z_{j-1/2})] \frac{r^2}{2} \Big|_0^{r_{3/2}} + q_v h_z \frac{h_r^2}{8} = 0,$$

или още като използваме изразите за потоците (30) и (31) и вземем предвид, че

$r_{3/2} = \frac{h_r}{2}$ , получаваме окончателно

$$a_{2,j}(T) \frac{T_{2,j} - T_{1,j}}{h_r} h_z + \left[ b_{1,j+1}(T) \frac{T_{1,j+1} - T_{1,j}}{h_z} - b_{1,j}(T) \frac{T_{1,j} - T_{1,j-1}}{h_z} \right] \frac{h_r}{4} + q_v h_z \frac{h_r}{4} = 0,$$

$j = 2, 3, \dots, M$ .

Да изведем сега апроксимация при  $i = N_1 + 1$ ,  $j = 2, 3, \dots, M$ . Ще интегрираме уравнение (23) в интервала  $[r_{N_1+1/2}, r_{N_1+3/2}] \times [z_{j-1/2}, z_{j+1/2}]$ , като отчетем, че той обхваща както част от първата зона, така и част от втората. Както и по-рано, получаваме

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+3/2}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz + \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+3/2}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz dr + \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+3/2}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \bar{q}_v dz dr = 0.$$

Сега ще отчетем, че областта, в която интегрираме, всъщност се състои от части от две зони и ще представим интегралите като сума от два интеграла:

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \left[ \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+1}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr + \int_{r_{N_1+1}}^{r_{N_1+3/2}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \right] dz +$$

$$+ \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+1}} \left[ \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] dr + \int_{r_{N_1+1}}^{r_{N_1+3/2}} \left[ \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \right] dr + \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+1}} \int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \bar{q}_v dz dr = 0.$$

Както по-рано, като използваме изразите за потоците, получаваме

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{1}{r_{N_1+1}} \left[ W^r(r_{N_1+1} - 0, z) - W^r(r_{N_1+1/2}, z) + W^r(r_{N_1+3/2}, z) - W^r(r_{N_1+1} + 0, z) \right] dz +$$

$$+ \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+1}} \left[ W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2}) \right] dr + \int_{r_{N_1+1}}^{r_{N_1+3/2}} \left[ W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2}) \right] dr + \frac{q_v h_r h_z}{2} = 0.$$

Като отчетем условия (13) получаваме, че  $W^r(r_{N_1+1} - 0, z) = W^r(r_{N_1+1} + 0, z)$  и последното равенство преминава в

$$\int_{z_{j-1/2}}^{z_{j+1/2}} \frac{1}{r_{N_1+1}} \left[ W^r(r_{N_1+3/2}, z) - W^r(r_{N_1+1/2}, z) \right] dz + \int_{r_{N_1+1/2}}^{r_{N_1+1}} \left[ W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2}) \right] dr +$$

$$+ \int_{r_{N_1+1}}^{r_{N_1+3/2}} \left[ W^z(r, z_{j+1/2}) - W^z(r, z_{j-1/2}) \right] dr + \frac{q_v h_r h_z}{2} = 0.$$



Като приложим приближение на теоремата за средните стойности при интегралите, получаваме

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_{N_1+1}} \left[ W^r(r_{N_1+3/2}, z_j) - W^r(r_{N_1+1/2}, z_j) \right] h_z + \left[ W^z(r_{N_1+1} - 0, z_{j+1/2}) - W^z(r_{N_1+1} - 0, z_{j-1/2}) \right] \frac{h_r}{2} + \\ & + \left[ W^z(r_{N_1+1} + 0, z_{j+1/2}) - W^z(r_{N_1+1} + 0, z_{j-1/2}) \right] \frac{h_r}{2} + \frac{q_v h_r h_z}{2} \approx 0. \end{aligned} \quad (36)$$

От равенствата (28) като интегрираме първото по  $r$  в интервалите  $[r_{N_1}, r_{N_1+1}]$ ,  $[r_{N_1+1}, r_{N_1+2}]$ , а второто – по  $z$  в интервала  $[z_{j-1}, z_j]$ , получаваме както по-рано

$$\begin{aligned} W^r(r_{N_1+1/2}, z) &= r_{N_1+1/2} \left[ \frac{k_1(T^{(1)}(r_{N_1+1} - 0, z)) + k_1(T^{(1)}(r_{N_1}, z))}{2} \right] \frac{T^{(1)}(r_{N_1+1} - 0, z) - T^{(1)}(r_{N_1}, z)}{h_r}, \\ W^r(r_{N_1+3/2}, z) &= r_{N_1+3/2} \left[ \frac{k_2(T^{(2)}(r_{N_1+2}, z)) + k_2(T^{(2)}(r_{N_1+1} + 0, z))}{2} \right] \frac{T^{(2)}(r_{N_1+2}, z) - T^{(2)}(r_{N_1+1} + 0, z)}{h_r}, \\ W^z_{j-1/2}(r \pm 0, z_{j-1/2}) &= \left[ \frac{k(T(r \pm 0, z_j)) + k(T(r \pm 0, z_{j-1}))}{2} \right] \frac{T(r \pm 0, z_j) - T(r \pm 0, z_{j-1})}{h_z}, \\ W^z_{j+1/2}(r \pm 0, z_{j+1/2}) &= \left[ \frac{k(T(r \pm 0, z_{j+1})) + k(T(r \pm 0, z_j))}{2} \right] \frac{T(r \pm 0, z_{j+1}) - T(r \pm 0, z_j)}{h_z}. \end{aligned}$$

Като отчетем, че от условия (13)  $T^{(1)}(r_{N_1+1} - 0, z) = T^{(2)}(r_{N_1+1} + 0, z)$  и използваме означенията  $a_{i,j}(T)$  и  $b_{i,j}(T)$  при  $i = N_1 + 1$  получаваме следната диференчна апроксимация:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_{N_1+1}} \left[ r_{N_1+3/2} a_{N_1+2,j}(T^{(2)}) \frac{T^{(2)}_{N_1+2,j} - T^{(2)}_{N_1+1,j}}{h_r} - r_{N_1+1/2} a_{N_1+1,j}(T^{(1)}) \frac{T^{(1)}_{N_1+1,j} - T^{(1)}_{N_1,j}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ a_{N_1+1,j+1}(T^{(2)}) \frac{T^{(2)}_{N_1+1,j+1} - T^{(2)}_{N_1+1,j}}{h_z} - a_{N_1+1,j}(T^{(2)}) \frac{T^{(2)}_{N_1+1,j} - T^{(2)}_{N_1+1,j-1}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} + \\ & + \left[ a_{N_1+1,j+1}(T^{(1)}) \frac{T^{(1)}_{N_1+1,j+1} - T^{(1)}_{N_1+1,j}}{h_z} - a_{N_1+1,j}(T^{(1)}) \frac{T^{(1)}_{N_1+1,j} - T^{(1)}_{N_1+1,j-1}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} + \frac{q_v h_r h_z}{2} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

Аналогични апроксимации получаваме и при  $i = N_2 + 1$  и  $i = N_3 + 1$ . Останалите допълнителни условия се апроксимират така:

- за (17) имаме

$$T_{N_4+1,j}^{(4)} = T_w, \quad j = 2, 3, \dots, M;$$

- за условия (18) –(20):

$$T_{i,1}^{(1)} = T_{i,M}^{(1)} = T_{w,1}, \quad i = 1, 2, \dots, N_1, \quad T_{i,1}^{(2)} = T_{i,M}^{(2)} = T_{w,2}, \quad i = N_1 + 2, \dots, N_2,$$

$$T_{i,1}^{(3)} = T_{i,M}^{(3)} = T_{w,3}, \quad i = N_2 + 2, \dots, N_3, \quad T_{i,1}^{(4)} = T_{i,M}^{(4)} = T_{w,4}, \quad i = N_3 + 2, \dots, N_4,$$

$$T_{N_1+1,1}^{(1)} = T_{N_1+1,1}^{(2)} = T_{N_1+1,M}^{(1)} = T_{N_1+1,M}^{(2)} = \frac{T_{w,1} + T_{w,2}}{2},$$

$$T_{N_2+1,1}^{(2)} = T_{N_2+1,1}^{(3)} = T_{N_2+1,M}^{(2)} = T_{N_2+1,M}^{(3)} = \frac{T_{w,2} + T_{w,3}}{2},$$

$$T_{N_3+1,1}^{(3)} = T_{N_3+1,1}^{(4)} = T_{N_3+1,M}^{(3)} = T_{N_3+1,M}^{(4)} = \frac{T_{w,3} + T_{w,4}}{2}.$$

Получената система ще решаваме с помощта на итерационен метод.

### 3.3. Описание на итерационния метод

Същността на итерационните процеси се състои в това, че те позволяват тръгвайки от някакво начално приближение на търсена величина  $y_0$  (обикновено доста грубо приближаващо търсената величина) последователно да се намират все по-добри приближения  $y_1, y_2, \dots, y_s$ , наречени итерации.

Да запишем сега цялата система от диференчни уравнения. Имаме

- за  $i = 1, \quad j = 2, 3, \dots, M$  :

$$a_{2,j}(T^{(1)}) \frac{T_{2,j}^{(1)} - T_{1,j}^{(1)}}{h_r} h_z + \left[ b_{1,j+1}(T^{(1)}) \frac{T_{1,j+1}^{(1)} - T_{1,j}^{(1)}}{h_z} - b_{1,j}(T^{(1)}) \frac{T_{1,j}^{(1)} - T_{1,j-1}^{(1)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{4} + \bar{q}_v h_z \frac{h_r}{4} = 0;$$

- за  $i = 2, 3, \dots, N_1, j = 2, 3, \dots, M$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_i} \left[ r_{i+1/2} a_{i+1,j}(T^{(1)}) \frac{T_{i+1,j}^{(1)} - T_{i,j}^{(1)}}{h_r} - r_{i-1/2} a_{i,j}(T^{(1)}) \frac{T_{i,j}^{(1)} - T_{i-1,j}^{(1)}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ b_{i,j+1}(T^{(1)}) \frac{T_{i,j+1}^{(1)} - T_{i,j}^{(1)}}{h_z} - b_{i,j}(T^{(1)}) \frac{T_{i,j}^{(1)} - T_{i,j-1}^{(1)}}{h_z} \right] h_r + \bar{q}_v h_r h_z = 0; \end{aligned}$$

- за  $i = N_1 + 1, j = 2, 3, \dots, M$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_{N_1+1}} \left[ r_{N_1+3/2} a_{N_1+2,j}(T^{(2)}) \frac{T_{N_1+2,j}^{(2)} - T_{N_1+1,j}^{(2)}}{h_r} - r_{N_1+1/2} a_{N_1+1,j}(T^{(1)}) \frac{T_{N_1+1,j}^{(1)} - T_{N_1,j}^{(1)}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ b_{N_1+1,j+1}(T^{(2)}) \frac{T_{N_1+1,j+1}^{(2)} - T_{N_1+1,j}^{(2)}}{h_z} - b_{N_1+1,j}(T^{(2)}) \frac{T_{N_1+1,j}^{(2)} - T_{N_1+1,j-1}^{(2)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} + \\ & + \left[ b_{N_1+1,j+1}(T^{(1)}) \frac{T_{N_1+1,j+1}^{(1)} - T_{N_1+1,j}^{(1)}}{h_z} - b_{N_1+1,j}(T^{(1)}) \frac{T_{N_1+1,j}^{(1)} - T_{N_1+1,j-1}^{(1)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} + \frac{\bar{q}_v h_r h_z}{2} = 0; \end{aligned}$$

- за  $i = N_1 + 2, N_1 + 3, \dots, N_2, j = 2, 3, \dots, M$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_i} \left[ r_{i+1/2} a_{i+1,j}(T^{(2)}) \frac{T_{i+1,j}^{(2)} - T_{i,j}^{(2)}}{h_r} - r_{i-1/2} a_{i,j}(T^{(2)}) \frac{T_{i,j}^{(2)} - T_{i-1,j}^{(2)}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ b_{i,j+1}(T^{(2)}) \frac{T_{i,j+1}^{(2)} - T_{i,j}^{(2)}}{h_z} - b_{i,j}(T^{(2)}) \frac{T_{i,j}^{(2)} - T_{i,j-1}^{(2)}}{h_z} \right] h_r = 0; \end{aligned}$$

- за  $i = N_2 + 1, \quad j = 2, 3, \dots, M$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_{N_2+1}} \left[ r_{N_2+3/2} a_{N_2+2,j}(T^{(3)}) \frac{T_{N_2+2,j}^{(3)} - T_{N_2+1,j}^{(3)}}{h_r} - r_{N_2+1/2} a_{N_2+1,j}(T^{(2)}) \frac{T_{N_2+1,j}^{(2)} - T_{N_2,j}^{(2)}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ b_{N_2+1,j+1}(T^{(3)}) \frac{T_{N_2+1,j+1}^{(3)} - T_{N_2+1,j}^{(3)}}{h_z} - b_{N_2+1,j}(T^{(3)}) \frac{T_{N_2+1,j}^{(3)} - T_{N_2+1,j-1}^{(3)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} + \\ & + \left[ b_{N_2+1,j+1}(T^{(2)}) \frac{T_{N_2+1,j+1}^{(2)} - T_{N_2+1,j}^{(2)}}{h_z} - b_{N_2+1,j}(T^{(2)}) \frac{T_{N_2+1,j}^{(2)} - T_{N_2+1,j-1}^{(2)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} = 0; \end{aligned}$$

- за  $i = N_2 + 2, N_2 + 3, \dots, N_3, \quad j = 2, 3, \dots, M$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_i} \left[ r_{i+1/2} a_{i+1,j}(T^{(3)}) \frac{T_{i+1,j}^{(3)} - T_{i,j}^{(3)}}{h_r} - r_{i-1/2} a_{i,j}(T^{(3)}) \frac{T_{i,j}^{(3)} - T_{i-1,j}^{(3)}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ b_{i,j+1}(T^{(3)}) \frac{T_{i,j+1}^{(3)} - T_{i,j}^{(3)}}{h_z} - b_{i,j}(T^{(3)}) \frac{T_{i,j}^{(3)} - T_{i,j-1}^{(3)}}{h_z} \right] h_r = 0; \end{aligned}$$

- за  $i = N_3 + 1, \quad j = 2, 3, \dots, M$  :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_{N_3+1}} \left[ r_{N_3+3/2} a_{N_3+2,j}(T^{(4)}) \frac{T_{N_3+2,j}^{(4)} - T_{N_3+1,j}^{(4)}}{h_r} - r_{N_3+1/2} a_{N_3+1,j}(T^{(3)}) \frac{T_{N_3+1,j}^{(3)} - T_{N_3,j}^{(3)}}{h_r} \right] h_z + \\ & + \left[ b_{N_3+1,j+1}(T^{(4)}) \frac{T_{N_3+1,j+1}^{(4)} - T_{N_3+1,j}^{(4)}}{h_z} - b_{N_3+1,j}(T^{(4)}) \frac{T_{N_3+1,j}^{(4)} - T_{N_3+1,j-1}^{(4)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} + \\ & + \left[ b_{N_3+1,j+1}(T^{(3)}) \frac{T_{N_3+1,j+1}^{(3)} - T_{N_3+1,j}^{(3)}}{h_z} - b_{N_3+1,j}(T^{(3)}) \frac{T_{N_3+1,j}^{(3)} - T_{N_3+1,j-1}^{(3)}}{h_z} \right] \frac{h_r}{2} = 0; \end{aligned}$$

- за  $i = N_3 + 2, N_3 + 3, \dots, N_4, j = 2, 3, \dots, M$  имаме

$$\frac{1}{r_i} \left[ r_{i+1/2} a_{i+1,j}(T^{(4)}) \frac{T_{i+1,j}^{(4)} - T_{i,j}^{(4)}}{h_r} - r_{i-1/2} a_{i,j}(T^{(4)}) \frac{T_{i,j}^{(4)} - T_{i-1,j}^{(4)}}{h_r} \right] h_z +$$

$$+ \left[ b_{i,j+1}(T^{(4)}) \frac{T_{i,j+1}^{(4)} - T_{i,j}^{(4)}}{h_z} - b_{i,j}(T^{(4)}) \frac{T_{i,j}^{(4)} - T_{i,j-1}^{(4)}}{h_z} \right] h_r = 0;$$

- за  $i = N_4 + 1, j = 2, 3, \dots, M$  :

$$T_{N_4+1,j}^{(4)} = T_w;$$

- за  $i = 1, 2, \dots, N_1, j = 1, M$  :

$$T_{i,1}^{(1)} = T_{i,M}^{(1)} = T_{w,1};$$

- за  $i = N_1 + 2, N_1 + 3, \dots, N_2, j = 1, M$  :

$$T_{i,1}^{(2)} = T_{i,M}^{(2)} = T_{w,2};$$

- за  $i = N_2 + 2, \dots, N_3, j = 1, M$  :

$$T_{i,1}^{(3)} = T_{i,M}^{(3)} = T_{w,3};$$

- за  $i = N_3 + 2, \dots, N_4, j = 1, M$  :

$$T_{i,1}^{(4)} = T_{i,M}^{(4)} = T_{w,4};$$

- за  $i = N_1 + 1, j = 1, M$  :

$$T_{N_1+1,1}^{(1)} = T_{N_1+1,1}^{(2)} = T_{N_1+1,M}^{(1)} = T_{N_1+1,M}^{(2)} = \frac{T_{w,1} + T_{w,2}}{2};$$

- за  $i = N_2 + 1, j = 1, M$  :

$$T_{N_2+1,1}^{(2)} = T_{N_2+1,1}^{(3)} = T_{N_2+1,M}^{(2)} = T_{N_2+1,M}^{(3)} = \frac{T_{w,2} + T_{w,3}}{2};$$

- за  $i = N_3 + 1, j = 1, M$  :

$$T_{N_3+1,1}^{(3)} = T_{N_3+1,1}^{(4)} = T_{N_3+1,M}^{(3)} = T_{N_3+1,M}^{(4)} = \frac{T_{w,3} + T_{w,4}}{2}.$$

Получената система нелинейни алгебрични уравнения решаваме с помощта на итерационен метод. Използваме следния итерационен метод:

- за нулева итерация избираме  $T^{(1)} = T^{(2)} = T^{(3)} = T^{(4)} \equiv 0$ ;
- при определяне на решението на  $(s+1)$ -вата итерация, коефициентите на системата пресмятаме по стойностите на решението на  $s$ -тата итерация;
- итерационния процес прекратяваме или при достигнат максимален брой итерации  $maxiter$ , зададен предварително, или при достигане на определена отнапред зададена точност  $\varepsilon$ , т. е. прекратяваме итерационния

процес ако  $s = maxiter$  или  $\max_{\substack{1 \leq i \leq N_4+1 \\ 1 \leq j \leq M}} |T_{i,j}^{(s+1)} - T_{i,j}^{(s)}| < \varepsilon$ .

Сега ще подредим системата във вид, удобен за решаване, и ще построим итерационния процес. За  $j = 2, 3, \dots, M$  имаме:

- при  $i = 1$ :

$$\begin{aligned}
 & - \left( \frac{h_z a_{2,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_r} + \frac{h_r b_{1,j+1}^{(s)}(T^{(1)})}{4h_z} + \frac{h_r b_{1,j}^{(s)}(T^{(1)})}{4h_z} \right) T_{1,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_z a_{2,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_r} \right) T_{2,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{1,j}^{(s)}(T^{(1)})}{4h_z} \right) T_{1,j-1}^{(s+1)} + \\
 & + \left( \frac{h_r b_{1,j+1}^{(s)}(T^{(1)})}{4h_z} \right) T_{1,j+1}^{(s+1)} = -\frac{h_r h_z q_v}{4};
 \end{aligned}$$

- при  $i = 2, 3, \dots, N_1$ :

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(1)})}{r_i h_r} \right) T_{i-1,j}^{(s+1)} - \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_r r_i} + \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(1)})}{r_i h_r} + \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(1)})}{h_z} + \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_z} \right) T_{i,j}^{(s+1)} + \\
 & + \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_r r_i} \right) T_{i+1,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_z} \right) T_{i,j-1}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(1)})}{h_z} \right) T_{i,j+1}^{(s+1)} = -q_v h_r h_z;
 \end{aligned}$$

- при  $i = N_1 + 1$ :

$$\left( \frac{h_z r_{N_1+1/2} a_{N_1+1,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_r r_{N_1+1}} \right) T_{N_1,j}^{(s+1)} - \left( \frac{h_z r_{N_1+3/2} a_{N_1+2,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_r r_{N_1+1}} + \frac{h_z r_{N_1+1/2} a_{N_1+1,j}^{(s)}(T^{(1)})}{h_r r_{N_1+1}} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& \left. \left. + \frac{h_r \left( b_{N_1+1,j+1}^{(s)}(T^{(1)}) + b_{N_1+1,j+1}^{(s)}(T^{(2)}) \right)}{2h_z} + \frac{h_r \left( b_{N_1+1,j}^{(s)}(T^{(1)}) + b_{N_1+1,j}^{(s)}(T^{(2)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_1+1,j}^{(s+1)} + \right. \\
& \left. + \left( \frac{h_z r_{N_1+3/2} a_{N_1+2,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_r r_{N_1+1}} \right) T_{N_1+2,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r \left( b_{N_1+1,j}^{(s)}(T^{(1)}) + b_{N_1+1,j}^{(s)}(T^{(2)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_1+1,j-1}^{(s+1)} + \right. \\
& \left. + \left( \frac{h_r \left( b_{N_1+1,j+1}^{(s)}(T^{(1)}) + b_{N_1+1,j+1}^{(s)}(T^{(2)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_1+1,j+1}^{(s+1)} = -\frac{q_v h_r h_z}{2}; \right.
\end{aligned}$$

- при  $i = N_1 + 2, N_1 + 3, \dots, N_2$ :

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(2)})}{r_i h_r} \right) T_{i-1,j}^{(s+1)} - \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_r r_i} + \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(2)})}{r_i h_r} + \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(2)})}{h_z} + \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_z} \right) T_{i,j}^{(s+1)} + \\
& + \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_r r_i} \right) T_{i+1,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_z} \right) T_{i,j-1}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(2)})}{h_z} \right) T_{i,j+1}^{(s+1)} = 0;
\end{aligned}$$

- при  $i = N_2 + 1$ :



$$\begin{aligned}
& \left( \frac{h_z r_{N_2+1/2} a_{N_2+1,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_r r_{N_2+1}} \right) T_{N_2,j}^{(s+1)(2)} - \left( \frac{h_z r_{N_2+3/2} a_{N_2+2,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_r r_{N_2+1}} + \frac{h_z r_{N_2+1/2} a_{N_2+1,j}^{(s)}(T^{(2)})}{h_r r_{N_2+1}} + \right. \\
& \left. + \frac{h_r \left( b_{N_2+1,j+1}^{(s)}(T^{(2)}) + b_{N_2+1,j+1}^{(s)}(T^{(3)}) \right)}{2h_z} + \frac{h_r \left( b_{N_2+1,j}^{(s)}(T^{(2)}) + b_{N_2+1,j}^{(s)}(T^{(3)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_2+1,j}^{(s+1)(2)} + \\
& + \left( \frac{h_z r_{N_2+3/2} a_{N_2+2,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_r r_{N_2+1}} \right) T_{N_2+2,j}^{(s+1)(3)} + \left( \frac{h_r \left( b_{N_2+1,j}^{(s)}(T^{(2)}) + b_{N_2+1,j}^{(s)}(T^{(3)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_2+1,j-1}^{(s+1)(3)} + \\
& + \left( \frac{h_r \left( b_{N_2+1,j+1}^{(s)}(T^{(2)}) + b_{N_2+1,j+1}^{(s)}(T^{(3)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_2+1,j+1}^{(s+1)(2)} = 0;
\end{aligned}$$

- при  $i = N_2 + 2, N_2 + 3, \dots, N_3$  :

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(3)})}{r_i h_r} \right) T_{i-1,j}^{(s+1)(3)} - \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_r r_i} + \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(3)})}{r_i h_r} + \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(3)})}{h_z} + \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_z} \right) T_{i,j}^{(s+1)(3)} + \\
& + \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_r r_i} \right) T_{i+1,j}^{(s+1)(3)} + \left( \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_z} \right) T_{i,j-1}^{(s+1)(3)} + \left( \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(3)})}{h_z} \right) T_{i,j+1}^{(s+1)(3)} = 0;
\end{aligned}$$

- при  $i = N_3 + 1$  :

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{h_z r_{N_3+1/2} a_{N_3+1,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_r r_{N_3+1}} \right) T_{N_3,j}^{(s+1)} - \left( \frac{h_z r_{N_3+3/2} a_{N_3+2,j}^{(s)}(T^{(4)})}{h_r r_{N_3+1}} + \frac{h_z r_{N_3+1/2} a_{N_3+1,j}^{(s)}(T^{(3)})}{h_r r_{N_3+1}} + \right. \\
& \left. + \frac{h_r \left( b_{N_3+1,j+1}^{(s)}(T^{(3)}) + b_{N_3+1,j+1}^{(s)}(T^{(4)}) \right)}{2h_z} + \frac{h_r \left( b_{N_3+1,j}^{(s)}(T^{(3)}) + b_{N_3+1,j}^{(s)}(T^{(4)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_3+1,j}^{(s+1)} + \\
& + \left( \frac{h_z r_{N_3+3/2} a_{N_3+2,j}^{(s)}(T^{(4)})}{h_r r_{N_3+1}} \right) T_{N_3+2,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r \left( b_{N_3+1,j}^{(s)}(T^{(3)}) + b_{N_3+1,j}^{(s)}(T^{(4)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_3+1,j-1}^{(s+1)} + \\
& + \left( \frac{h_r \left( b_{N_2+1,j+1}^{(s)}(T^{(3)}) + b_{N_2+1,j+1}^{(s)}(T^{(4)}) \right)}{2h_z} \right) T_{N_3+1,j+1}^{(s+1)} = 0;
\end{aligned}$$

- при  $i = N_3 + 2, N_3 + 3, \dots, N_4$ :

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(4)})}{r_i h_r} \right) T_{i-1,j}^{(s+1)} - \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(4)})}{h_r r_i} + \frac{h_z r_{i-1/2} a_{i,j}^{(s)}(T^{(4)})}{r_i h_r} + \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(4)})}{h_z} + \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(4)})}{h_z} \right) T_{i,j}^{(s+1)} + \\
& + \left( \frac{h_z r_{i+1/2} a_{i+1,j}^{(s)}(T^{(4)})}{h_r r_i} \right) T_{i+1,j}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{i,j}^{(s)}(T^{(4)})}{h_z} \right) T_{i,j-1}^{(s+1)} + \left( \frac{h_r b_{i,j+1}^{(s)}(T^{(4)})}{h_z} \right) T_{i,j+1}^{(s+1)} = 0;
\end{aligned}$$

- при  $i = N_4 + 1$ :

$$T_{N_4+1,j}^{(s+1)} = T_w^{(2)}$$

- по двете хоризонтални граници:

$$T_{i,1}^{(s+1)} = T_{i,M}^{(s+1)} = T_{w,1}, \quad i = 1, 2, \dots, N_1, \quad T_{i,1}^{(s+1)} = T_{i,M}^{(s+1)} = T_{w,2}, \quad i = N_1 + 2, \dots, N_2,$$

$$T_{i,1}^{(s+1)} = T_{i,M}^{(s+1)} = T_{w,3}, \quad i = N_2 + 2, \dots, N_3, \quad T_{i,1}^{(s+1)} = T_{i,M}^{(s+1)} = T_{w,4}, \quad i = N_3 + 2, \dots, N_4,$$

$$T_{N_1+1,1}^{(s+1)} = T_{N_1+1,1}^{(s+1)} = T_{N_1+1,M}^{(s+1)} = T_{N_1+1,M}^{(s+1)} = \frac{T_{w,1} + T_{w,2}}{2}, \quad T_{N_2+1,1}^{(s+1)} = T_{N_2+1,1}^{(s+1)} = T_{N_2+1,M}^{(s+1)} = T_{N_2+1,M}^{(s+1)} = \frac{T_{w,2} + T_{w,3}}{2},$$

$$T_{N_3+1,1}^{(s+1)} = T_{N_3+1,1}^{(s+1)} = T_{N_3+1,M}^{(s+1)} = T_{N_3+1,M}^{(s+1)} = \frac{T_{w,3} + T_{w,4}}{2}.$$

## ГЛАВА ЧЕТВЪРТА

### **2D числено моделиране на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен разряд в хелий с малки добавки на неон, стронций и бром, възбуден в газоразрядна тръба с увеличен активен обем за мощен стронциев лазер**

#### **4.1. Въведение**

Увеличение на активния обема по радиус и дължина на лазер, възбуден в He-SrBr<sub>2</sub> наносекунден импулсен надлъжен разряд е описано в предишни работи. [публикации 3]. Увеличението на активният обем от 180 cm<sup>3</sup> до 300 cm<sup>3</sup> (67%) води до нарастване на изходната мощност както следва:

- 1) общата средна изходна мощност от 2.4 до 4.3 W (80%);
- 2) лазерната ефективност при максимални лазерни изходни параметри, от 0.13% до 0.20% (54%);
- 3) средната изходна мощност при 6.45 μm линия, от 1.9 до 3.9 W (два пъти);
- 4) лазерната импулсна енергия от при 6.45 μm от 0.1 до 0.2 mJ (два пъти).

За по-нататъшно увеличение на изходните параметри на Sr атомен лазер е създадена нова разрядна тръба със значително увеличен активен обем от 715 cm<sup>3</sup>, която е описана в глава 2.

Резултатите от 2D (r, z) числено моделиране на газовата температура в наносекунден надлъжен He-Ne-SrBr<sub>2</sub> разряд при разнообразни смеси са представени при осева симетрия и равномерна входяща мощност.

2D численото решаване на стационарното уравнение на топлопроводността се получава в случая на една разрядна зона с радиус  $R_1$ , и три свободни зони (за които  $q_v=0$ ), а именно керамична тръба с граници  $R_1 \leq r \leq R_2$ , газообразно разрядна област с граници  $R_2 \leq r \leq R_3$  и основната тръба направена от кварц с граници  $R_3 \leq r \leq R_4$ .

## 4.2. 2D моделиране на газовата температура

За разглежданите 4 зони 2D уравненията за топлопроводност имат следната форма:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_i(T^{(i)}) \frac{\partial T^{(i)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_i(T^{(i)}) \frac{\partial T^{(i)}}{\partial z} \right) + q_v = 0, \quad R_{i-1} < r < R_i, \quad 0 < z < L, \quad R_0 = 0,$$

където  $q_v = 1.9 \text{ W.cm}^{-3}$  е мощността, депозирана в разрядната зона за единица обем и  $i = 1, 2, 3, 4$ . Уравненията са решени при следните разрядни условия:

$$\left. \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T^{(4)} \Big|_{r=R_4} = T_w, \quad 0 \leq z \leq L$$

и при  $i = 1, 2, 3$

$$T^{(i)}(R_i - 0, z) = T^{(i+1)}(R_i + 0, z), \quad 0 \leq z \leq L,$$

$$k_i(T^{(i)}) \left. \frac{\partial T^{(i)}}{\partial r} \right|_{R_i-0} = k_{i+1}(T^{(i+1)}) \left. \frac{\partial T^{(i+1)}}{\partial r} \right|_{R_i+0}, \quad 0 \leq z \leq L,$$

$$T^{(i)} \Big|_{z=0} = T^{(i)} \Big|_{z=L} = T_{w,i}, \quad R_{i-1} \leq r < R_i,$$

$$T^{(i)} \Big|_{z=0} = T^{(i)} \Big|_{z=L} = 0.5(T_{w,i} + T_{w,i+1}), \quad r = R_i,$$

$$T^{(4)} \Big|_{z=0} = T^{(4)} \Big|_{z=L} = T_{w,4}, \quad R_3 < r \leq R_4,$$

$$T^{(4)}\Big|_{z=0} = T^{(4)}\Big|_{z=L} = T_{w,4}, \quad R_3 < r \leq R_4.$$

Формулираната задача е решена като са използвани хомогенните диференчни схеми и итерационна процедура, изложени в глава 3.

### 4.3. Коефициент на топлопроводност

Зависимостта на коефициентът на топлопроводност  $k$  на газовете и газовите смеси е от вида  $k = k_0 \cdot T_g^m$ , където  $k_0$  и  $m$  са константи (в определени температурни граници), които са специфични за всяка газообразна или твърда среда.

Константите  $k_0$  и  $m$ , които определят коефициента на топлопроводността, могат да се получат чрез фитинг на съществуващите експериментални данни. За съжаление, освен за инертните газове, данните за коефициентите на топлопроводността, които ни интересуват са оскъдни в литературата или са в тесен температурен обхват, който не е практически полезен. Ето защо е необходимо да се изчислят коефициентите на топлопроводността, за да се получи разпределението на температурата – аналитично или чрез моделиране. Съществуват два широко използвани теоретични подхода за определяне на коефициентите на топлопроводността: апроксимациите на твърда сфера и 12-6 Ленард-Джоунс, които разглеждат различни взаимодействия между частиците. Коефициентите на топлопроводността  $k_1$  и  $k_2$  за твърда сфера и 12-6 Ленард-Джоунс апроксимациите са изразени както следва:

$$k_1 = 0.083264 \frac{T_g^{\frac{1}{2}}}{\mu^2 \cdot d^2}$$

$$\frac{1}{\Omega_v} = 0.697 \left[ 1 + 0.323 \ln \left( \frac{k_b T_g}{\varepsilon_0} \right) \right]$$

1. Апроксимация твърда сфера

$$k_2 = 0.083264 \frac{T_g^{\frac{1}{2}}}{\mu^2 \cdot \sigma^2 \cdot \Omega_v \left( \frac{k_b T_g}{\varepsilon_0} \right)}$$

2. Апроксимация Ленард-Джоунс

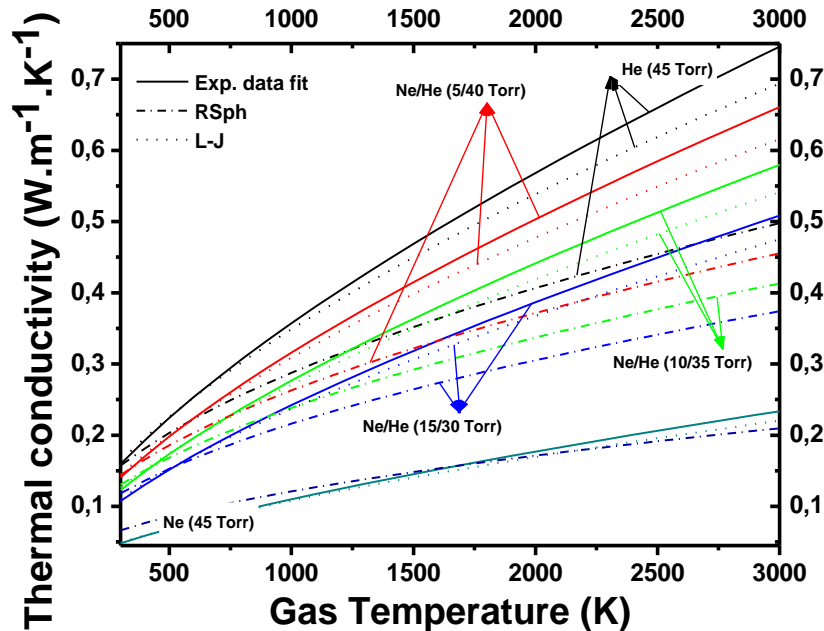
където  $\mu$  е приведената маса в ати,  $T_g$  е газовата температура в К,  $d$  е диаметърът на твърдата сфера (сума от атомните радиуси на взаимодействащите си частици) в  $\text{\AA}$ ,  $\sigma$  е междуатомното разстояние в  $\text{\AA}$ , при която потенциалната енергия е нула,  $\varepsilon_0$  е дълбочината на потенциалната яма,  $\Omega_V$  е интеграла на ударите, който зависи от взаимодействащия потенциал.

Коефициентите на топлопроводност за бинарни газови системи са изчислени на базата на емпиричния метод на Брокау, за случай на газови разрези на He и с малки добавки на мед, бром и стронций.

Константите  $k_0$  и  $m$ , от които зависи коефициентът на топлопроводността се получават чрез използването на експерименталните данни взети от [3]. Коефициентите на топлопроводност на He и Ne-He смес са представени в таблица 3.

**Таблица 3.**  $k = k_0 \cdot T_g^m$  – коефициент на топлопроводност в  $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

	He (45 Torr)	Ne (45 Torr)	Ne-He (5-40 Torr)	Ne-He (10-35 Torr)	Ne-He (15-30 Torr)	He-Sr	He-Br	$\text{Al}_2\text{O}_3$	quartz
$k_0$	$34.9 \times 10^{-4}$	$9.7 \times 10^{-4}$	$30.5 \times 10^{-4}$	$26.4 \times 10^{-4}$	$22.9 \times 10^{-4}$	$26.8 \times 10^{-4}$	$28.9 \times 10^{-4}$	44323.1	$705.9 \times 10^{-4}$
$m$	0.670	0.685	0.672	0.673	0.675	0.680	0.675	-1.227	0.487



**Фиг. 17.** Теплопроводност на He и Ne-He газова смес като функция на газовата температура

#### 4.4. Радиално и аксиално представяне

На **Фиг. 18** е показано двуизмерно температурното разпределение за наносекундни импулси в надлъжен разряд за газовете и газовите смеси и на He (a); Ne (b); Ne-He (c), (d) и (e) и за He в смес от стронций Sr и бром Br.

Парциалното налягане на Ne в смес от Ne-He е 5 Torr (a); 10 Torr (b); и 15 Torr (c), поддържайки общото налягане на сместа от Ne-He постоянно на 45 Torr, а налягането на стронция и брома е съответно 0.6 Torr и 1.2 Torr.

Резултатът е представен в 2D (r, z) модел на разпределение на температурата на газа за наносекундни импулси в надлъжен разряд за различни смеси от газ при еднаква входна мощност.

**Числените експериментите са проведени при следните данни:**

**Постоянни данни:**

$$R_1 = 15.25, \quad R_2 = 19.25, \quad R_3 = 35.5, \quad R_4 = 37.5, \quad L = 1000,$$

$$q_v = 1.9,$$

$$k'_0 = 44323.13391E - 4, \quad k''_0 = 0.07059,$$

$$m' = -1.2267, \quad m'' = 0.48745,$$

$$T_w = 1180, \quad T_{w,1} = 1268, \quad T_{w,2} = 1246, \quad T_{w,3} = 1224, \quad T_{w,4} = 1202.$$

**Променливи данни:**

**1) He:**  $k_0 = 34.9E - 4, \quad m = 0.670;$

**2) Ne:**  $k_0 = 9.7E - 4, \quad m = 0.685;$

**3) Ne - He (5 Torr - 40 Torr):**  $k_0 = 30.5E - 4, \quad m = 0.672;$

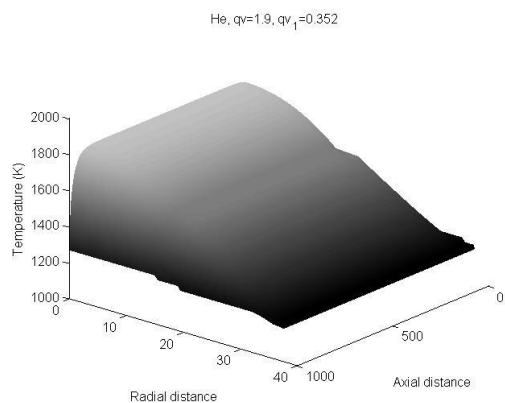
**4) Ne - He (10 Torr - 35 Torr):**  $k_0 = 26.4E - 4, \quad m = 0.673;$



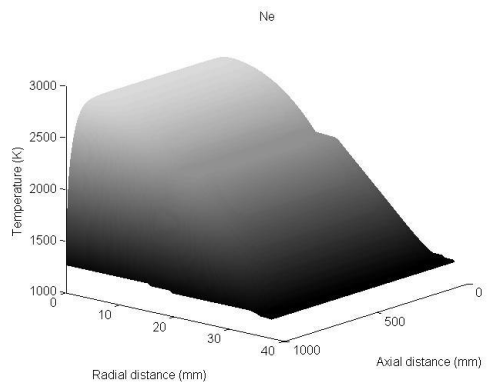
5)  $Ne - He$  (15 Torr - 30 Torr):  $k_0 = 22.9E - 4$ ,  $m = 0.675$ ;

6)  $He - Br$ :  $k_0 = 26.8E - 4$ ,  $m = 0.680$ ;

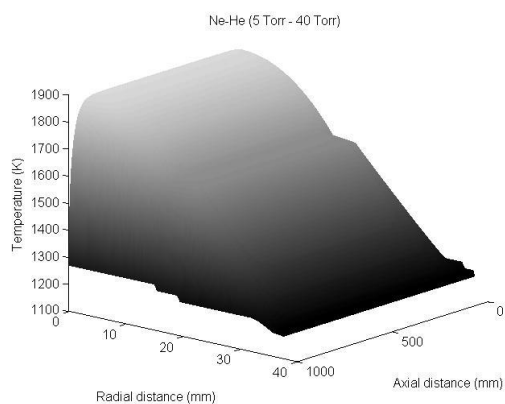
7)  $He - Br_2$ :  $k_0 = 28.9E - 4$ ,  $m = 0.675$ ;



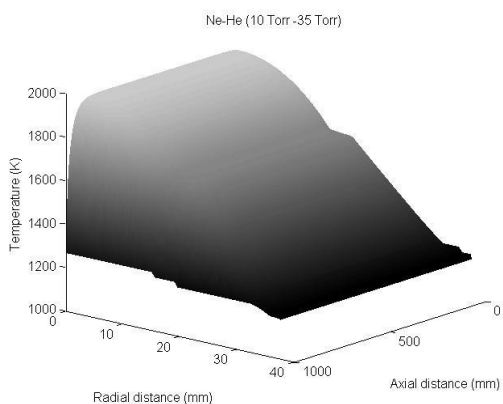
(a)



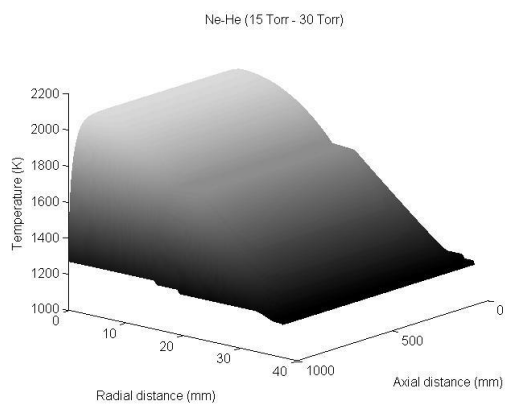
(b)



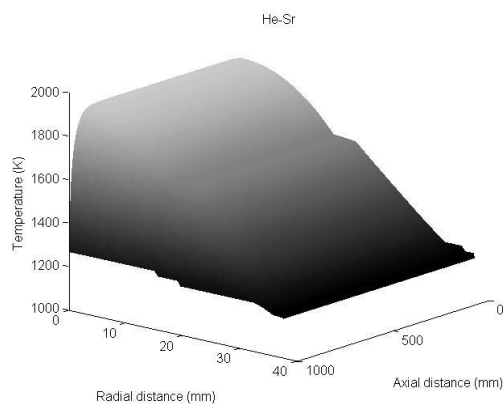
(c)



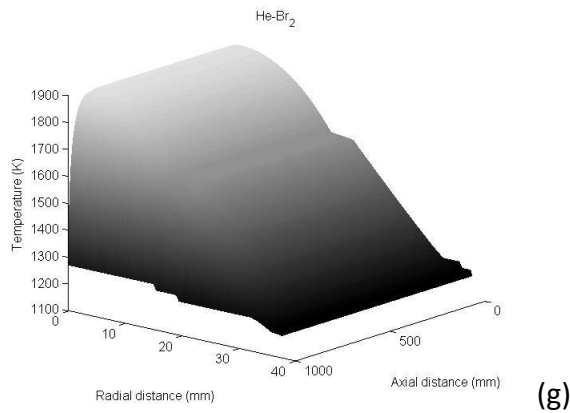
(d)



(e)

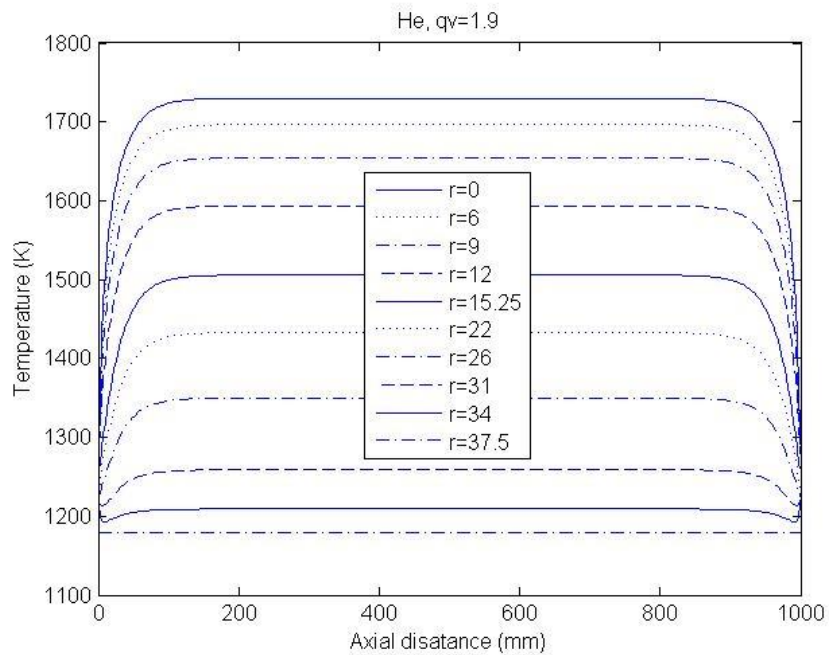


(f)

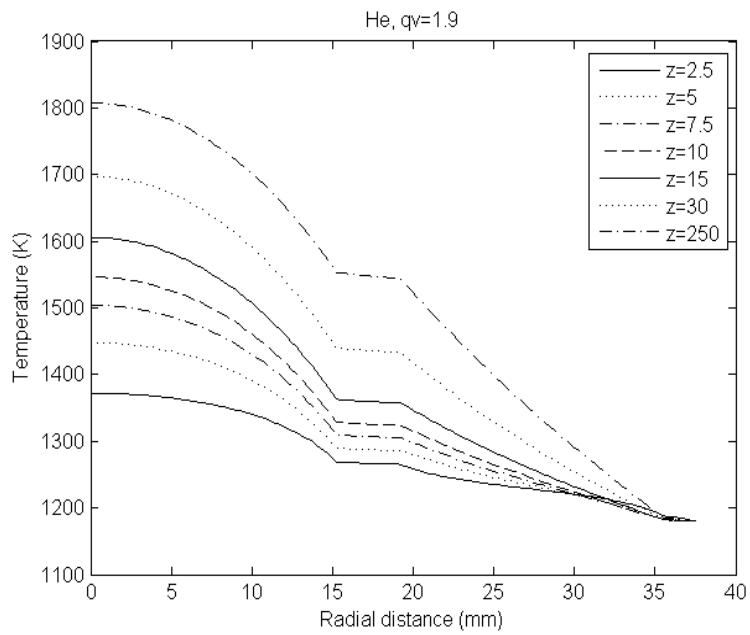


Фиг. 18. Двумерни профили на газовата температура за наносекунден импулсен надлъжен разряд при различни газови смеси

Резултатите от 2D численото моделиране ( $r, z$ ) на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен разряд при осева симетрия и еднородна входна мощност  $q_V = 1.9 \text{ W.cm}^{-3}$  за по-добра нагледност са представени на Фиг. 19 за 45 Torr He (a и b) и Ne (i и j), Ne-He смеси с парциално налягане на Ne 5 (c и d), 10 (e и f) и 15 (g и h) Torr, като общото налягане на газовата смес е 45 Torr, и в смес от 45 Torr He с малки добавки 0.6 Torr Sr (k и l) и 1.2 Torr Br (m и n). Разработването на 2D числен модел за определяне на газовата температура при този газов разряд по-нататъшна по сложна стъпка при доближаването до реалността на експерименталните условия за изучавания разряд. Резултатите показват добра съгласуваност с аналитичното решение намерено при предишни работи.

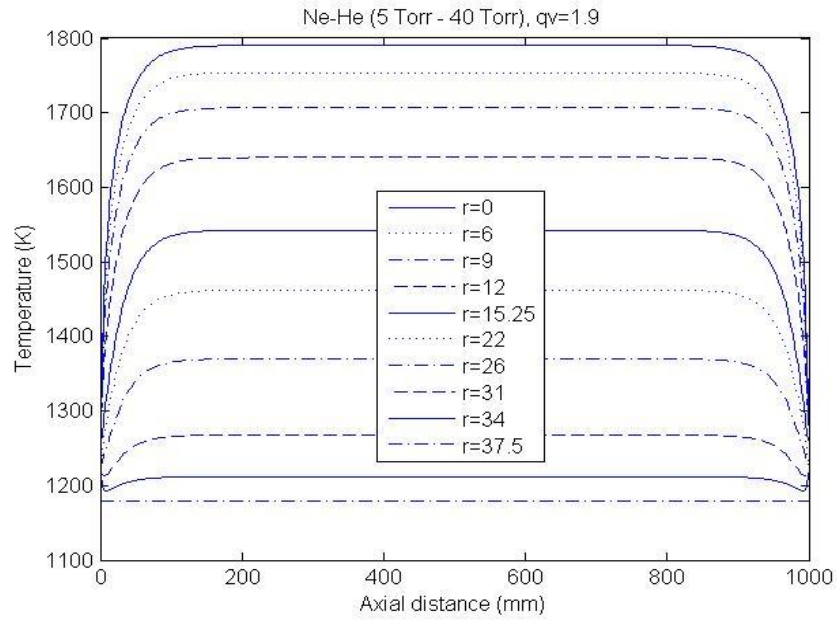


(a)

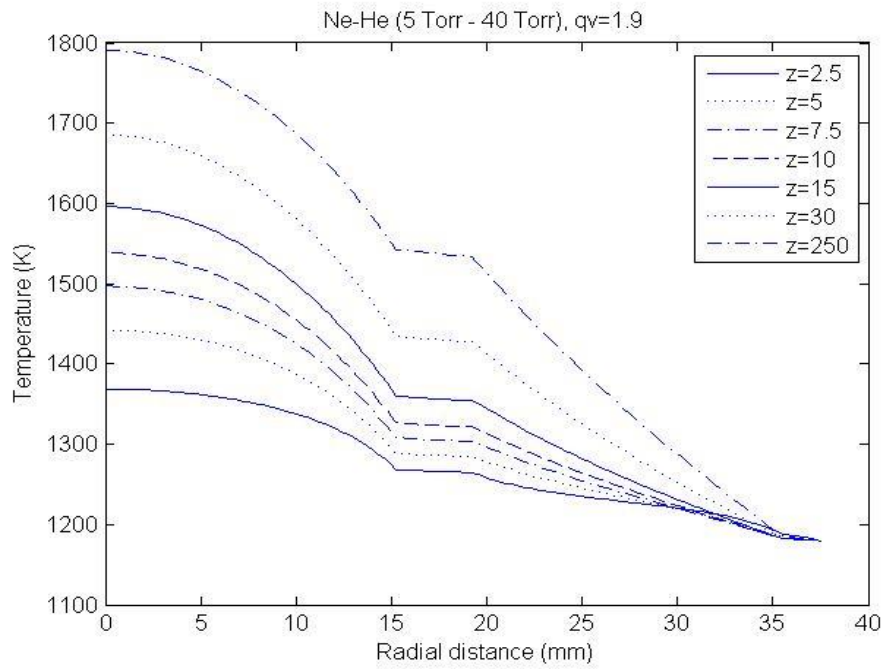


(b)

Фиг. 19.

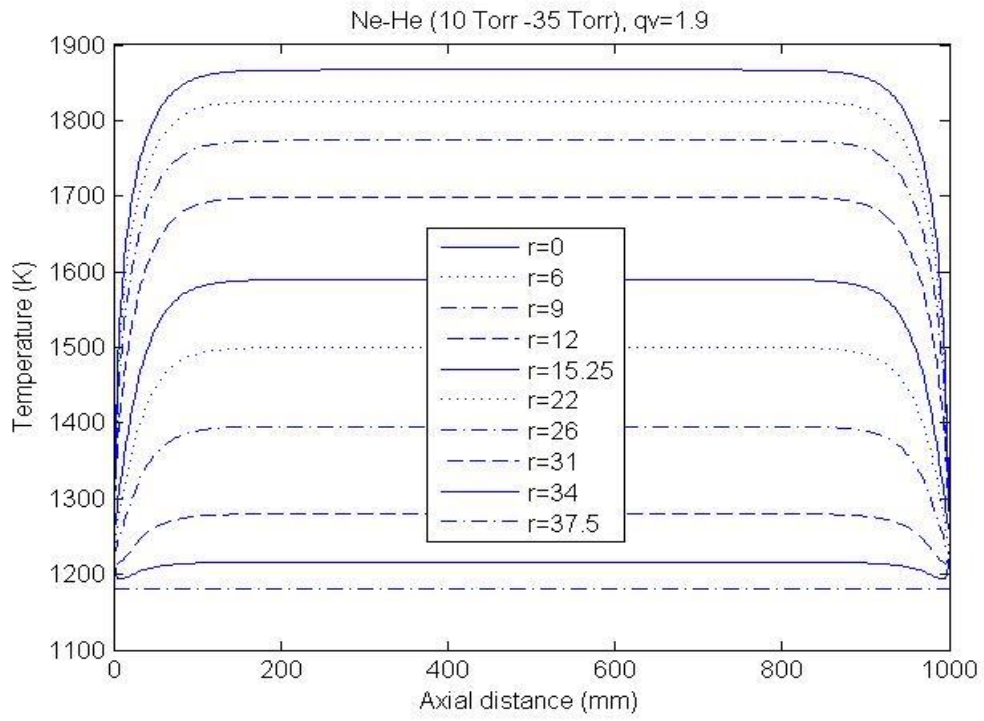


(c)

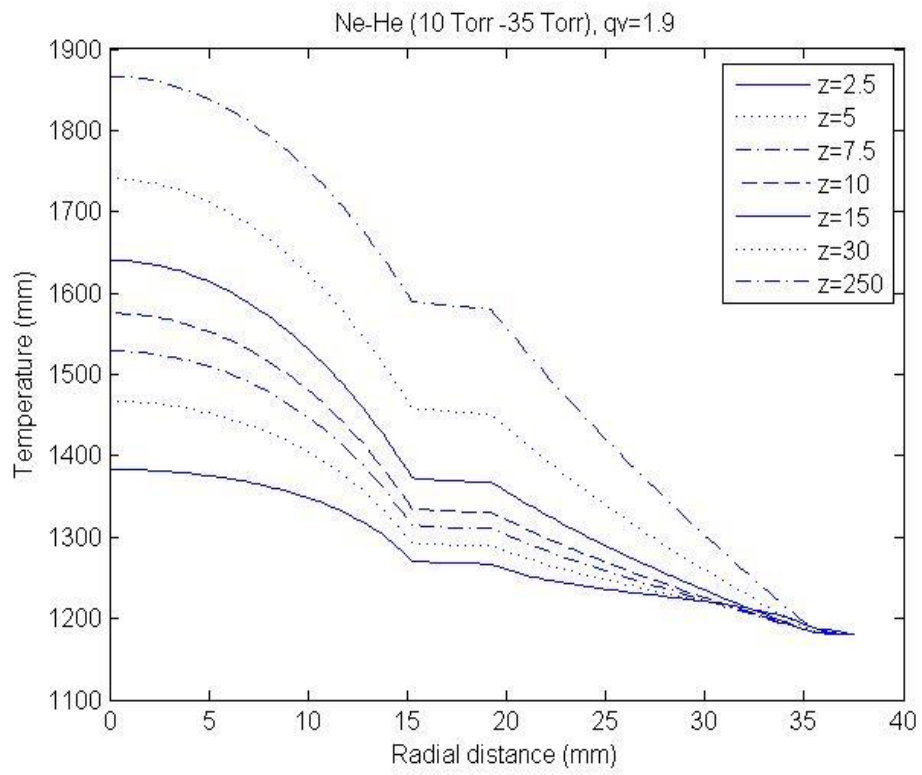


(d)

Фиг. 19.

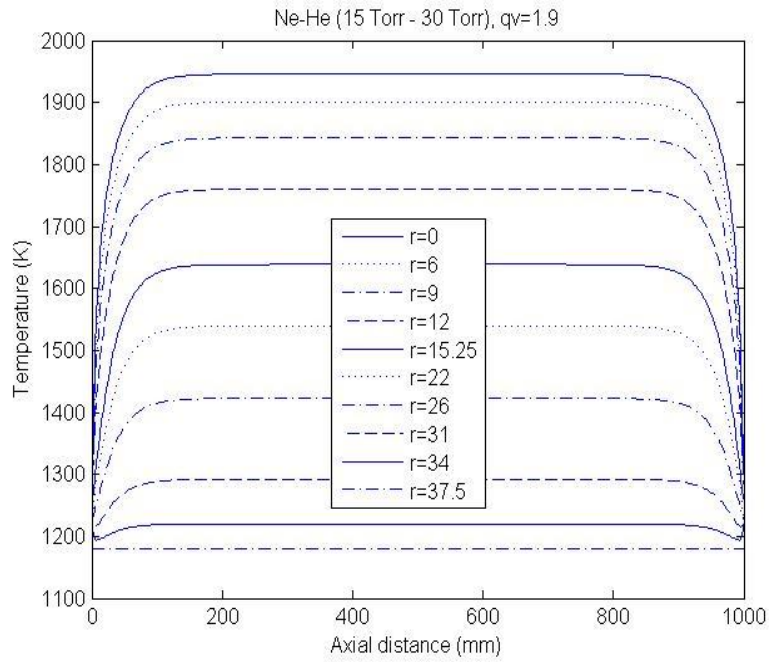


(e)

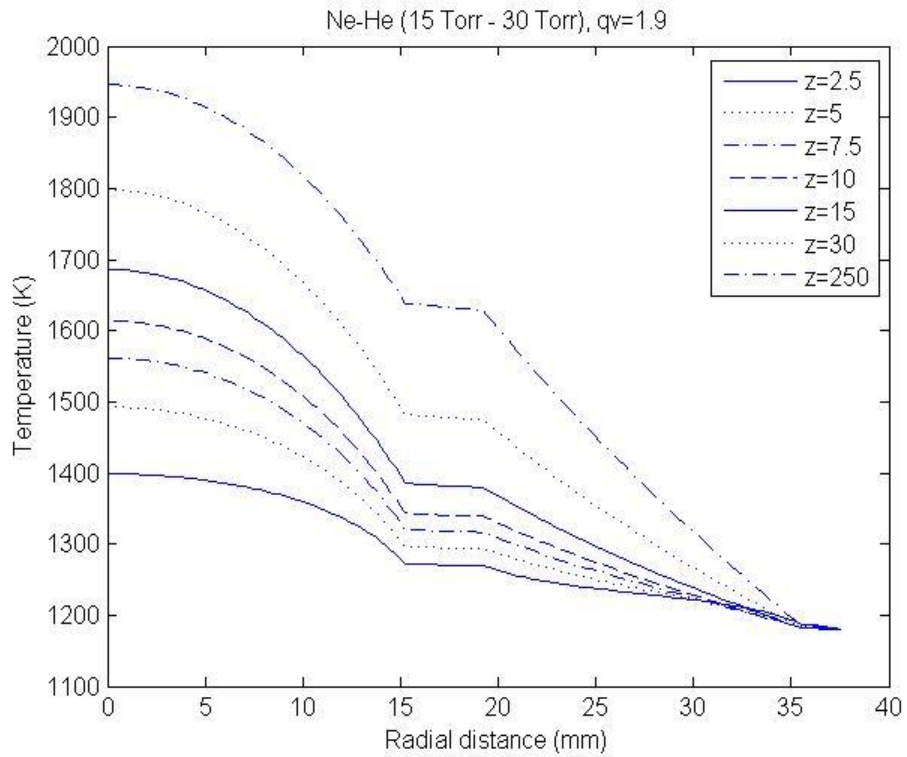


(f)

Фиг. 19.

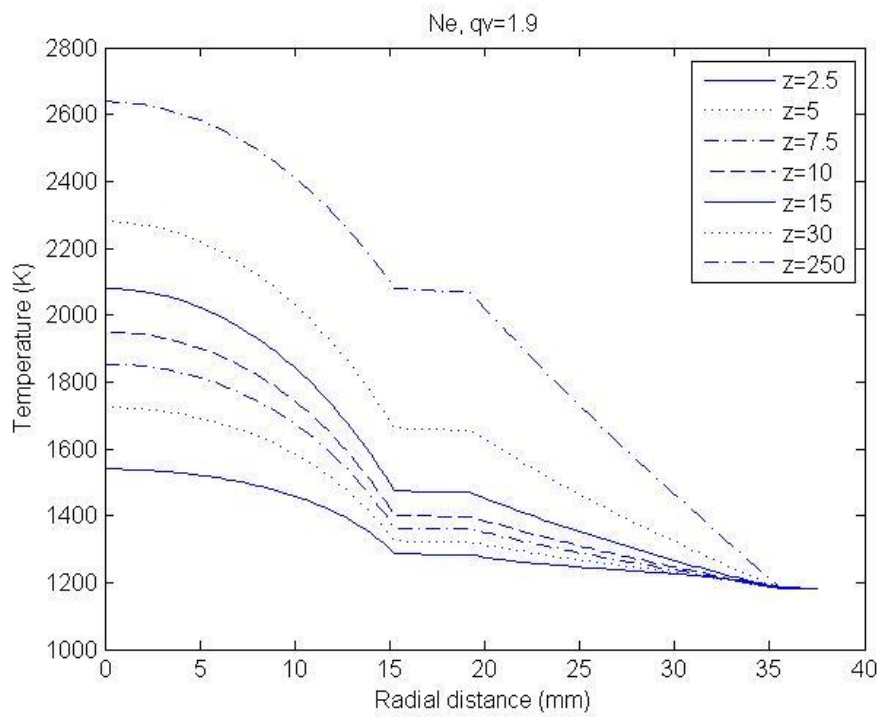
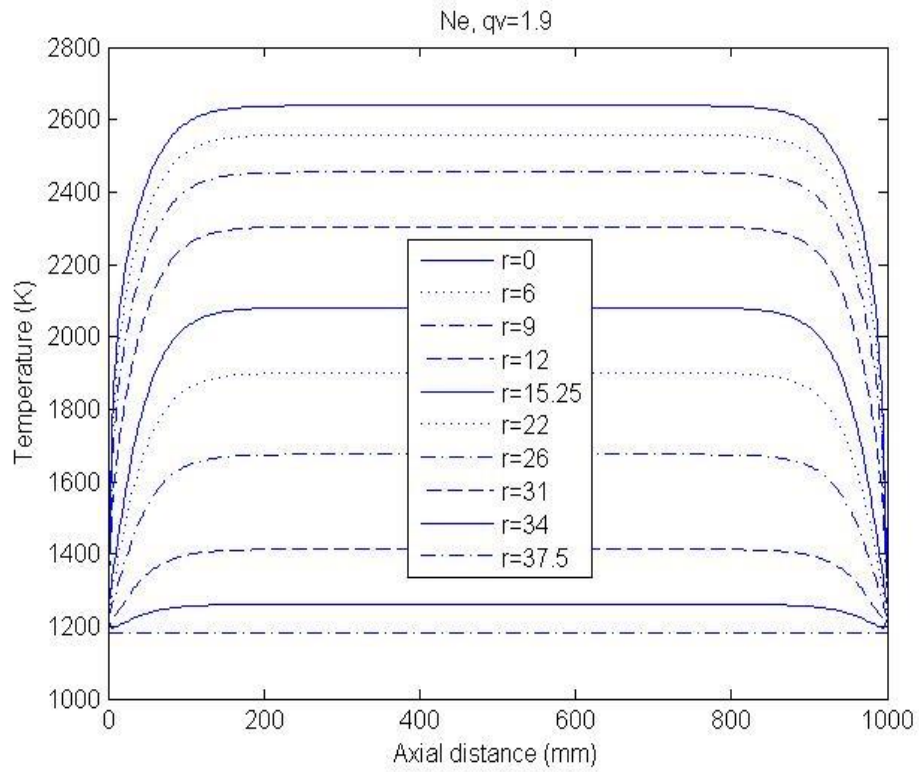


(g)

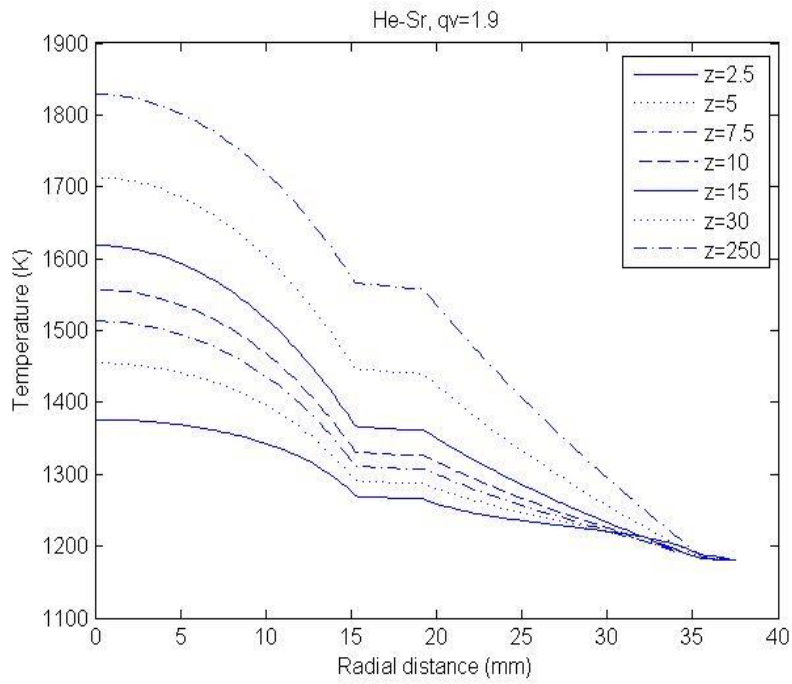
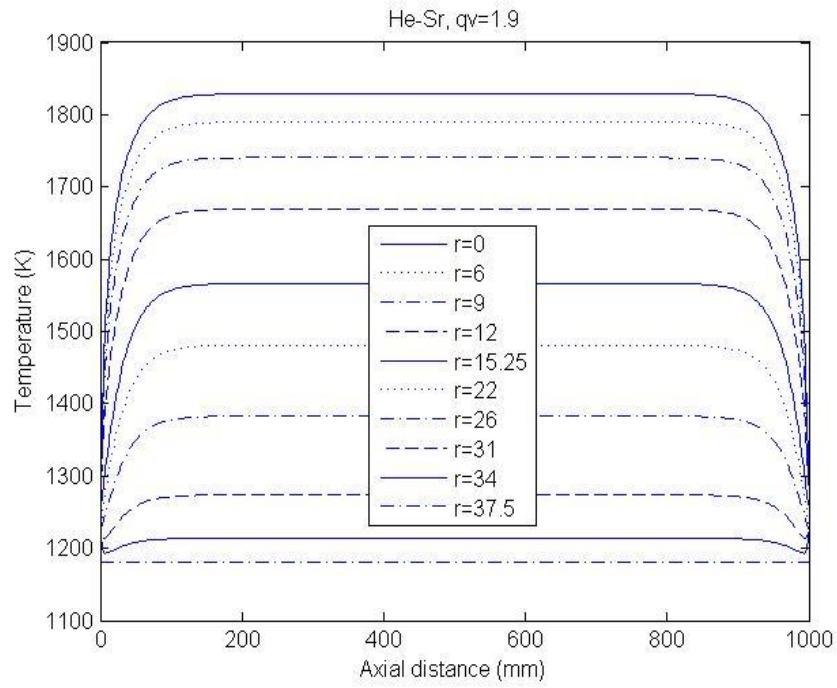


(h)

Фиг. 19.

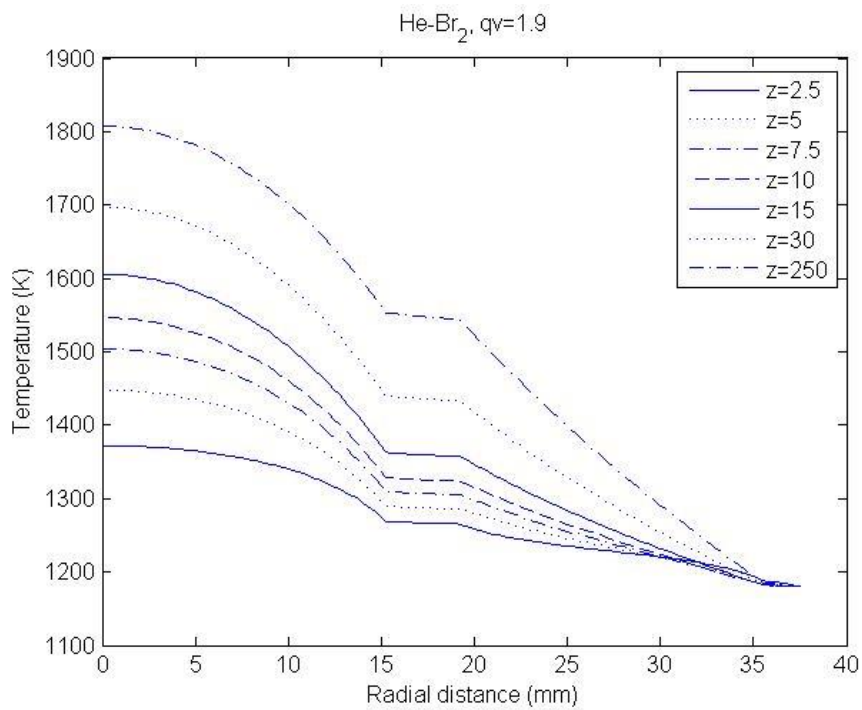
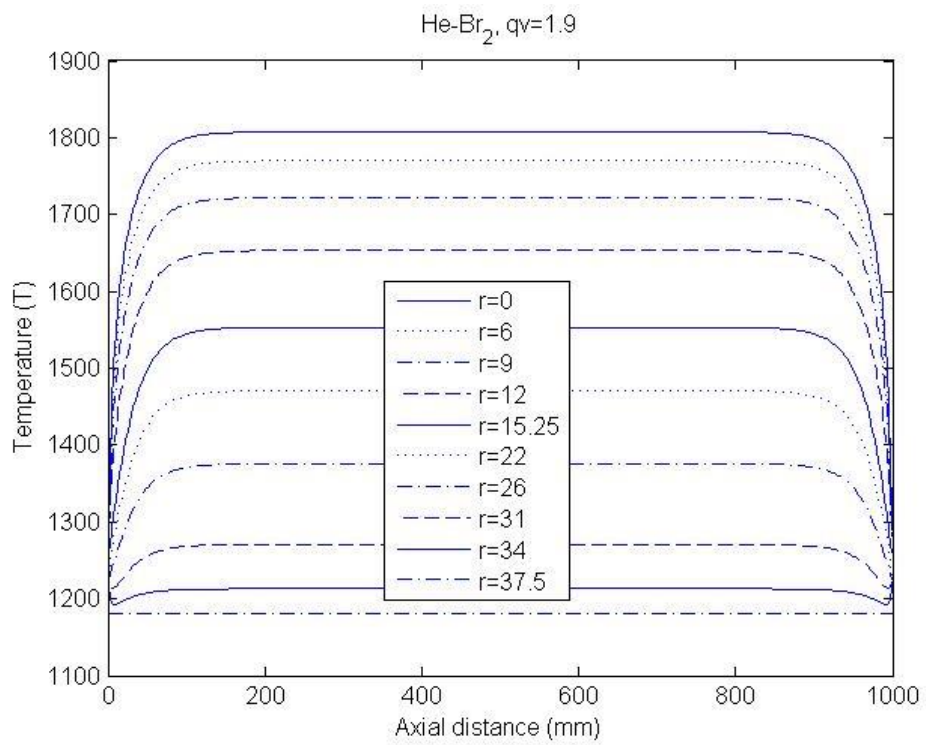


**Фиг. 19.**



**Фиг. 19.**





**Фиг. 19.**

## ГЛАВА ПЕТА

### **2D числено моделиране на газовата температура в наносекунден импулсен надлъжен разряд He-SrBr<sub>2</sub> възбуден във високотемпературна разновидност на газоразрядната тръба за мощен стронциев лазер**

#### **5.1. Въведение**

Резултатите описани в 4 глава показват, че оптималният температурен режим за лазерна генерация не е достигнат. Това вероятно се дължи на значителното намаление на плътността на мощността на източника на топлина или нарастналото влияние на излъчването на керамичната тръба върху разпределението на газовата температура. Ето защо е създадена втора, високотемпературна разновидност на първата газоразрядна тръба, описана в глава 4. Новата разрядна тръба с некомпактна изолация на активния обем от ZrO<sub>2</sub> е разработена за да се увеличи допълнително работната температура и нейното развитие продължава.

Численият 2D ( $r, z$ ) модел на газовата температура е разработен за случая на осева симетрия и еднородна входяща мощност при новата високотемпературна тръба, **за да се намери оптималният термичен режим за достигане на максимални изходни лазерни параметри.** Чрез този модел се определя температурата на газа в надлъжен разряд от наносекундни импулси в хелий с малка добавка на стронций и бром.

## 5.2. 2D Моделиране на газовата температура

За разглежданите 4 зони 2D уравнението за топлопроводността има следната форма:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r k_i(T^{(i)}) \frac{\partial T^{(i)}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_i(T^{(i)}) \frac{\partial T^{(i)}}{\partial z} \right) + q_v = 0, \quad R_{i-1} < r < R_i, \quad 0 < z < L, \quad R_0 = 0,$$

където  $q_v = 1.9 \text{ W.cm}^{-3}$  е мощността, депозирана в разрядната зона за единица обем и  $i = 1, 2, 3, 4$ . Уравненията са решени при следните разрядни условия:

$$\left. \frac{\partial T^{(1)}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad T^{(4)} \Big|_{r=R_4} = T_w, \quad 0 \leq z \leq L$$

и при  $i = 1, 2, 3$

$$T^{(4)} \Big|_{z=0} = T^{(4)} \Big|_{z=L} = T_{w,4}, \quad R_3 < r \leq R_4,$$

$$T^{(i)}(R_i - 0, z) = T^{(i+1)}(R_i + 0, z), \quad 0 \leq z \leq L,$$

$$k_i(T^{(i)}) \frac{\partial T^{(i)}}{\partial r} \Big|_{R_i-0} = k_{i+1}(T^{(i+1)}) \frac{\partial T^{(i+1)}}{\partial r} \Big|_{R_i+0}, \quad 0 \leq z \leq L,$$

$$T^{(i)} \Big|_{z=0} = T^{(i)} \Big|_{z=L} = T_{w,i}, \quad R_{i-1} \leq r < R_i,$$

$$T^{(i)} \Big|_{z=0} = T^{(i)} \Big|_{z=L} = 0.5(T_{w,i} + T_{w,i+1}), \quad r = R_i,$$

$$T^{(4)} \Big|_{z=0} = T^{(4)} \Big|_{z=L} = T_{w,4}, \quad R_3 < r \leq R_4.$$

Формулираната задача е решена като са използвани хомогенните диференчни схеми и итерационна процедура, изложени в глава 3.

### 5.3. Коефициент на топлопроводност

Константите  $k_0$  и  $m$  са определени по описаните методи в глава 4. Резултатите са представени в таблицата.

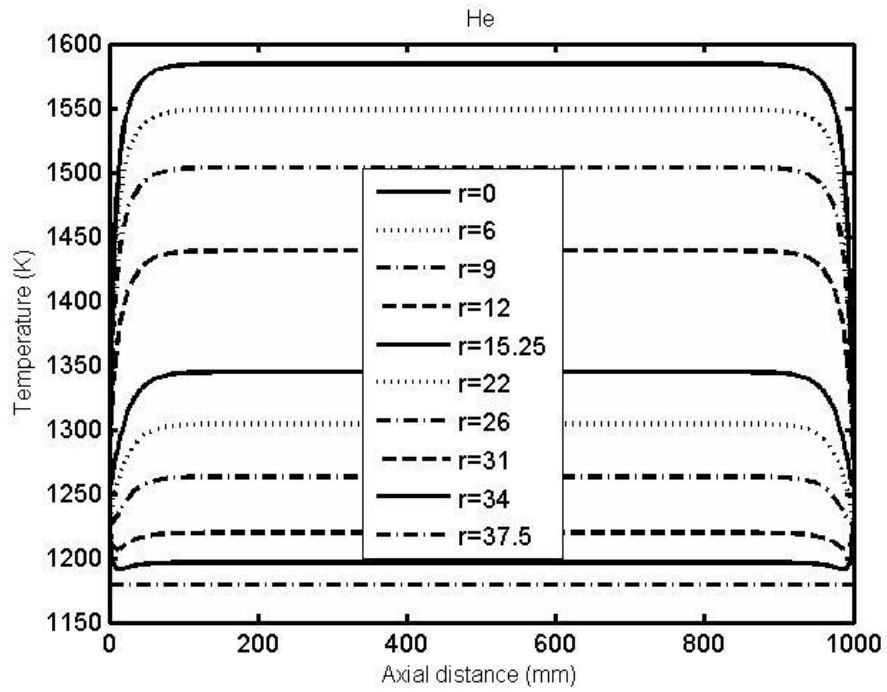
Коефициентите на топлопроводност за бинарни газови системи са изчислени на базата на емпиричния метод на Brokaw [16] за газови разрези на He - Ne с малки добавки бром и стронций.

**Таблица 4.**  $k = k_0 \cdot T_g^m$  – коефициент на топлопроводност в  $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

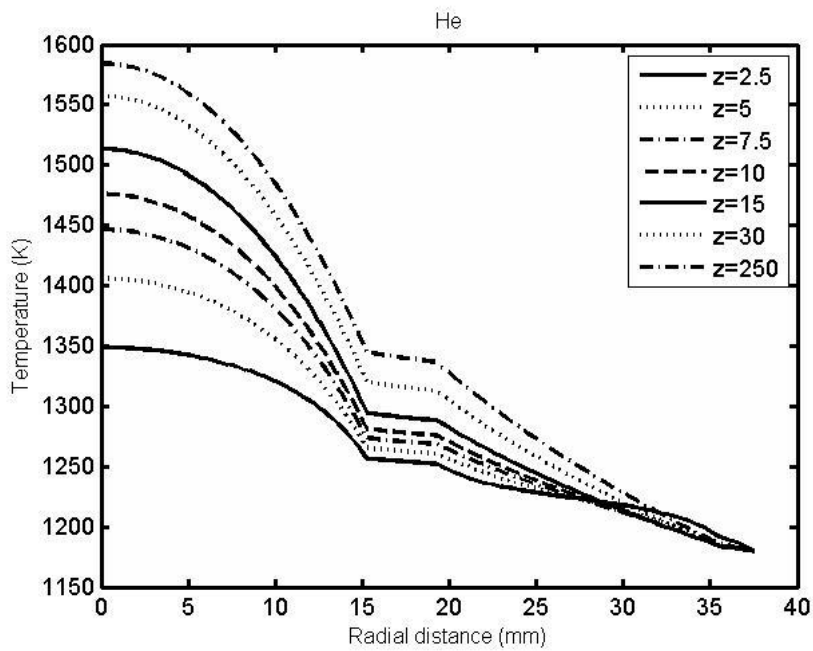
	He	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	ZrO <sub>2</sub>	He-ZrO <sub>2</sub>	quartz
$k_0$	$34.9 \times 10^{-4}$	44323.1	$7326.2 \times 10^{-4}$	$655.9 \times 10^{-4}$	$705.9 \times 10^{-4}$
$m$	0.670	-1.227	0.130	0.366	0.487

### 5.4. Радиално и аксиално разпределение на газовата температура

Разпределението по оста и радиуса са показани за наносекунден импулсен надлъжен разряд при He (45 Torr) на **Фиг. 20** и при He (45 Torr) с малки примеси от стронций (0.6 Torr) и бром (1.2 Torr) на **Фиг. 21** и **22**, съответно.

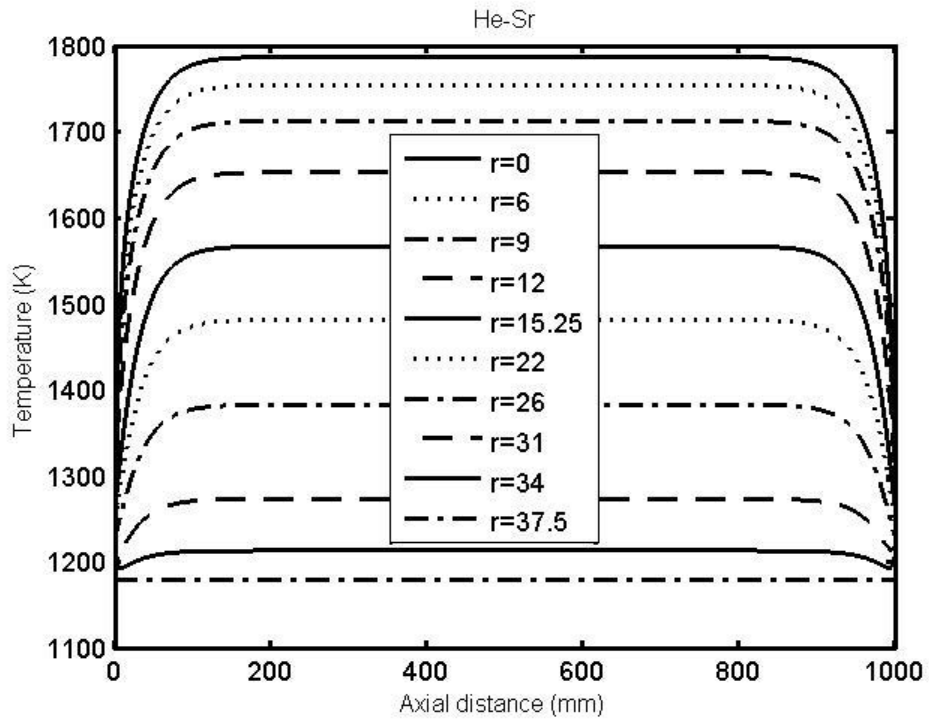


(a)

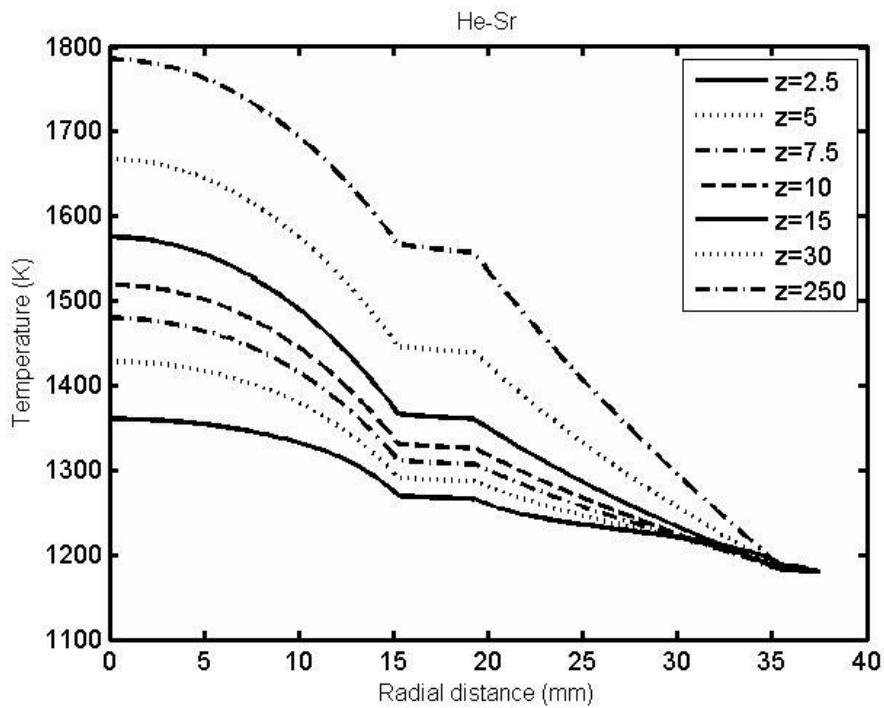


(b)

**Фиг. 20 (а) и (б).** Разпределението по оста (а) и радиуса (б) са показани за наносекунден импулсен надлъжен разряд при He (45 Torr)

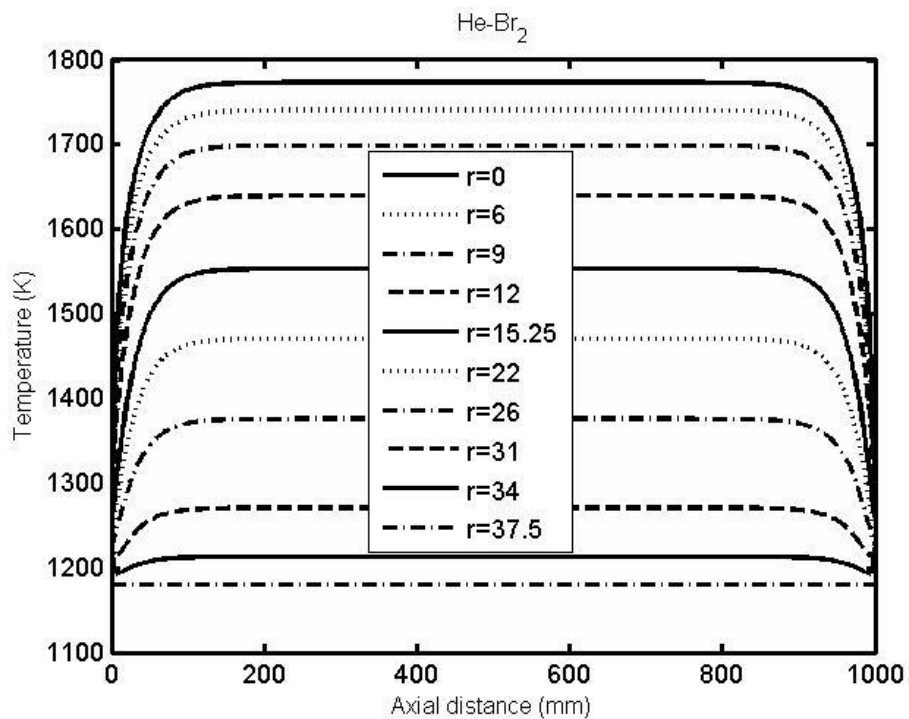


(a)

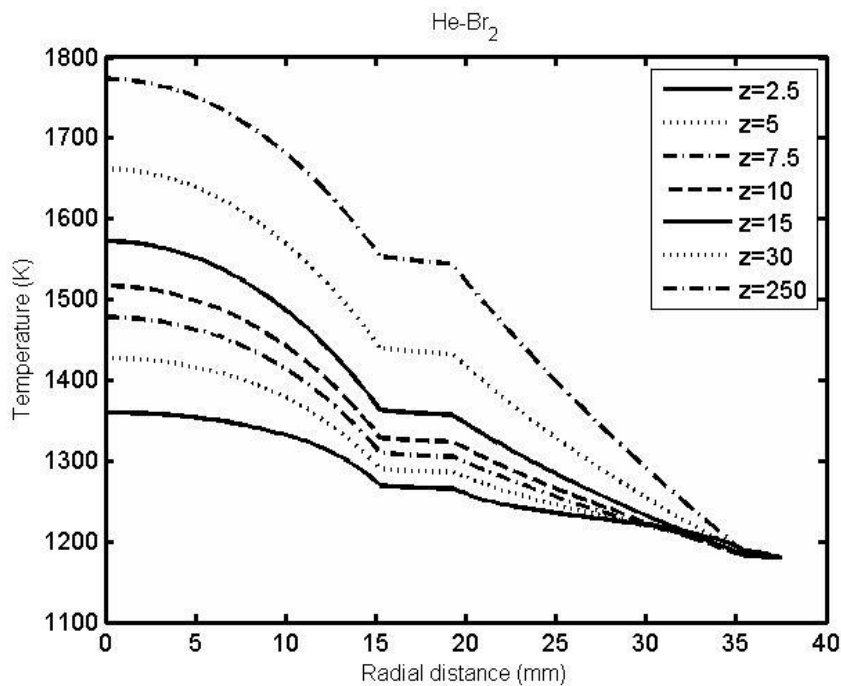


(b)

**Фиг. 21 (а) и (б).** Разпределението по оста (а) и радиуса (б) са показани за наносекунден импулсен надлъжен разряд в смес Sr-He (0.6 Torr - 45 Torr).



(a)



(b)

**Фиг. 22 (а) и (б).** Разпределението по оста (а) и радиуса (б) са показани за наносекунден импулсен надлъжен разряд в смес Br-He (1.2 Torr - 45 Torr).

Новата конструкция на разрядната тръба с некомпактна изолация на активния обем е разработена за да се увеличи допълнително работната температура и експерименталните изследвания са в процес на развитие. Резултатите от численото моделиране 2D по  $(r, z)$  на газовата температура в новата тръба потвърждават това предположение. Това е нова стъпка към приближаване реалността на експерименталните условия за изучавания разряд.



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Компютърното моделиране на процесите и параметрите на газоразрядната плазма спомагат за пълното изследване на лазерите с пари на метали и метални халогениди, както и за обяснение на експериментално получените резултати. Създадени са редица самосъгласувани модели, които определят, както заселването на енергетичните нива на атомите и йоните, които участват в образуването на инверсна населеност, така и основните параметри на газоразрядната плазма.

Както беше споменато създаването и изследването на перспективни мощни лазери с пари на метали и метални халогениди с широк спектър на приложение среща редица трудности, както от технологично, така и от финансово естество. Това доведе до необходимостта от предварително компютърно моделиране на изследваните лазерни източници, имащо за цел определянето на оптималните газоразрядни условия преди да се създаде лазерния източник.

В настоящата дисертация са представени резултатите от теоретичното изследване на мощен стронциев лазер, генериращ в наносекунден импулсен надлъжен разряд He-(Ne)-SrBr<sub>2</sub> разряд, възбуден в нова газоразрядна тръба с значително увеличен (над два пъти) активен обем. Създаден е 2D (r, z) числен модел за определяне на газовата температура в новата тръба. Това е следваща стъпка в развитието на теоретичните изследвания на лазерите, разработени от моите колеги. Проведените числени експерименти недвусмислено показват, че чрез добавянето на неон към буферния газ хелий, което се използва от много учени, се постига ефективно и лесно регулиране на газовата температура. Това

дава възможност, освен да се влияе върху взаимодействието на тежки частици, което експлицитно зависи от газовата температура, да се контролира и управлява концентрацията на активните частици, което е много съществено за лазерите, работещи в режим на самонагриване. Така се отстранява един основен недостатък на тези лазери, а именно невъзможността да се оптимизират независимо входната електрическа мощност и концентрацията на активните частици.

Получените резултати от числения експеримент с първата изследвана тръба показват, че е необходимо да се създаде нова високотемпературна конструкция на газоразрядната тръба с частично запълване на свободната от разряд зона с изолация, като по този начин ще се увеличи значително газовата температура в активната зона. Това ще компенсира отсъствието на мощно високоволтно импулсно захранване. Добавянето на неон към буферния газ хелий може да се използва за допълнителна финна оптимизация на разрядните условия.

Предишни изследвания на моите колеги показват, че добавянето на неон към буферния газ хелий променя значително и електронната температура, което е много съществено за възбуждането с електронни удари на горните лазерни нива на стронциевия лазер. Ето защо е необходимо да се създаде 2D  $(r, t)$  числен модел за определяне на електронната температура в новите газоразрядни тръби чрез решаване на нестационарното уравнение на топлопроводността на електронния газ, което е един нов метод за нашия екип при определянето на електронната температура и представлява една бъдеща много перспективна задача.

**Резултатите в дисертацията са отразени в следните публикации  
и доклади на научни форуми**

**Статии в реферирани списания:**

1. Tatiana P. Chernogorova, Krassimir A. Temelkov, Nina K. Koleva, and Nikolay K. Vuchkov, *2D numerical modelling of gas temperature in large-volume Sr laser excited in nanosecond pulsed longitudinal He-SrBr<sub>2</sub> discharge*, IEEE Transactions on Plasma Science, **41 (10)**, pp. 3043-3047, 2013. **IF = 1.174**
2. Tatiana P. Chernogorova, Krassimir A. Temelkov, Nina K. Koleva, Nikolay K. Vuchkov, *2D NUMERICAL MODELING OF GAS TEMPERATURE IN A NANOSECOND PULSED LONGITUDINAL He-SrBr<sub>2</sub> DISCHARGE EXCITED IN A HIGH-TEMPERATURE GAS-DISCHARGE TUBE FOR THE HIGH-POWER STRONTIUM LASER*, Comptes Rendus de l'Academie bulgare des Sciences, **67 (2)**, pp. 197-202, 2014. **IF= 0.210**
3. T. P. Chernogorova, K. A. Temelkov, N. K. Koleva, N. K. Vuchkov, *2D numerical modeling of gas temperature in large-volume high-temperature nanosecond pulsed longitudinal discharge in helium with small admixtures of neon, strontium and bromine*, Journal of Physics: Conference Series, **356**, art. No. 012012, 2012.
4. T. P. Chernogorova, K. A. Temelkov, N. K. Koleva, N. K. Vuchkov, *2D numerical modelling of the gas temperature in a high-temperature high-power strontium atom laser excited by nanosecond pulsed longitudinal discharge in a He-SrBr<sub>2</sub> mixture*, Journal of Physics: Conference Series, **514**, art. No. 012060, 2014.

### **Доклади на научни форуми:**

1. T. P. Chernogorova, K. A. Temelkov, N. K. Koleva, N. K. Vuchkov, "2D numerical modeling of gas temperature in large-volume high-temperature nanosecond pulsed longitudinal discharge in helium with small admixtures of neon, strontium and bromine", poster-report and in Abstracts of 17<sup>th</sup> International Summer School on VEIT, Sunny Beach, Bulgaria, 19 – 23 September, 2011.

2. T. P. Chernogorova, K. A. Temelkov, N. K. Koleva, N. K. Vuchkov, "2D MODEL OF GAS TEMPERATURE IN A NANOSECOND PULSED LONGITUDINAL He-SrBr<sub>2</sub> DISCHARGE EXCITED IN A HIGH-TEMPERATURE GAS-DISCHARGE TUBE NEWLY DEVELOPED FOR THE HIGH-POWER STROTIUM ATOM LASER", poster-report and in Abstracts of 18<sup>th</sup> International Summer School on VEIT, Sozopol, Bulgaria, 7 – 11 October, 2013.

## ПРИНОСИ НА ДИСЕРТАЦИЯТА

1. Създаден е 2D числен модел за определяне на газовата температура в нова газоразрядна тръба със значително увеличен активен обем за мощен стронциев атомен лазер, възбудан с наносекунден импулсен надлъжен He-(Ne)-SrBr<sub>2</sub> разряд.
2. Създаден е 2D числен модел за определяне на газовата температура във високотемпературна разновидност на газоразрядната тръба с допълнителна термична изолация от циркониев диоксид на активната зона за мощен стронциев атомен лазер, възбудан с наносекунден импулсен надлъжен He-(Ne)-SrBr<sub>2</sub> разряд.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Rabinowitz P., Jacobs S., Gould G., "Continuous optically pumped Cs laser," *Appl. Optics*, vol. 1, No 4, pp. 513-516, 1962.
2. Петраш Г. Г., "Лазеры на парах металлов", Справочник по лазерам, пер. с англ. с изм и доп., под ред. А.М. Прохоров, Москва, т. 1, с. 183-197, 1978.
3. S. C. Wang, and A. E. Siegman, "Hollow Cathode Transverse Discharge He-Ne and He-Cd Lasers," *Appl. Phys.*, vol. 2, pp. 143-150, 1973.
4. J. A. Piper, and C. E. Webb, "A hollow cathode device for cw helium-metal vapor laser system," *Appl. Phys.*, vol. 6, pp. 400-407, 1973.
5. J. A. Piper, and C. E. Webb, "Current Characteristics of the Continuous-Wave Hollow Cathode He-I<sub>2</sub> laser," *IEEE J. Quantum. Electron.*, QE-12, pp. 21-24, 1976.
6. I. D. Hopkin, C. G. Morgan, P. Ramalingam, H. H. Telle, "Multi - Sectional Segmented Hollow Cathode White Light Laser," *Contr. Papers XVIII ICPIG*, Swansea, pp. 394-395, 1987.
7. H. H. Telle, I. D. Hopkin, P. Ramalingman, H. K. Fun, and C. G. Morgan, "CW multi-line operation of a hollow cathode, segmented element He-Cd laser," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 21, pp. 167-170, 1988.
8. Y. Sugawara, and Y. Tokiwa, "Непрекъсната генерация в Zn II и Cd II в разряд на кух катод," *Jap. J. Appl. Phys.*, vol. 9, pp. 588, 1970.
9. Е. Латуш, В. Михайлевски, М. Сѹм, Г. Толмачев и В. Хасилев, "Генерация на йонных переходах металлов при поперечном ВЧ возбуждении," *ЖЎТФ*, vol. 24, pp. 81-83, 1976.
10. N. Laegrid, and G. Wehner, *J. Appl. Phys.*, vol. 32, pp. 365-369, 1961.
11. B. E. Warner, D. C. Gerstenberger, R. D. Reid, J. R. McNeil, R. Solanki, K. B. Persson, and G. J. Collins, "1 W Operation of Singly Ionized Silver and Copper Lasers," *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-14, pp. 568-570, 1978.
12. J. R. McNeil, G. J. Collins, K. B. Persson, and D. L. Franzen, "CW laser oscillation in Cu II," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 27, pp. 595-598, 1975.
13. А. Исаев и Г. Петраш, "Импульсной сверхсветимость на зеленой линии Tl в парах Tl I," *ЖЭТФ*, vol. 7, pp. 204-207, 1967.
14. J. Piper, "Simultaneous cw laser oscillation on transition of Cd<sup>+</sup> and I<sup>+</sup> in a hollow cathode He-CdI<sub>2</sub> discharge," *Opt. Commun.*, vol. 19, pp. 189-192, 1976.

15. J. Piper, and M. Brandt, "CW laser oscillation on transitions of Cd<sup>+</sup> and Zn<sup>+</sup> in He-Cd-halide and He-Zn-halide discharges," J. Appl. Phys., vol. 48, pp. 4486-4494, 1977.
16. J. Piper, and D. Neely, "CW laser oscillation of transitions of Cu<sup>+</sup> in He-Cu-halide gas discharge," Appl. Phys. Lett., vol. 33, pp. 621-623, 1978.
17. J. A. Piper, "Use of volatile metal compounds for operation of cw metal ion lasers," Proc. SPIE ICL "Lasers"78, Florida, 1978.
18. E. Lorincz, P. Richter, and I. Peczeli, "The Effect of Substituting Metal Vapour with Metal Halide Vapour in a Hollow Cathode Laser Discharge," Appl. Phys., vol. 21, pp. 25-28, 1980.
19. Hear H. G., "Ultra-violet gas laser at room temperature," Nature, vol. 200, p. 667, 1963.
20. Niathias L. E. S., Parker J. T., "Stimulated emission in band spectrum of Nitrogen," Appl. Phys. Lett., vol. 3, p. 16, 1963.
21. Walter W. T., Solimene N., Piltch M., Gould G., "Efficient pulsed gas discharge lasers", IEEE J. Quant. Electron., QE-2, pp. 474-479, 1966.
22. Fowles G. R., Silfast W. T., "High gain laser transition in lead vapor", Appl. Phys. Lett., vol.6, No 12, pp. 236-237, 1965.
23. Piltch M., Walter W. T., Solimene N. at all., "Pulsed laser transitions in manganese vapor", Appl. Phys. Lett., vol.7, No 12, pp. 309-310, 1965.
24. B. G. Bricks, T. W. Karras, R. S. Anderson, "Impruved performanse of discharge-heated barium ( $\mu\text{m}$ ) and lead ( $\mu\text{m}$ )vapor lasers", IEEE J. Quant. Electron., QE-13, pp. 93D-94D, 1977
25. B. G. Bricks, T. W. Karras, R. S. Anderson, "An investigation of a discharge-heated barium laser", J. Appl. Phys. vol.49, pp. 38-40, 1978.
26. Silfast W. T., Fowles G. R., "Laser action on several hyperfine transitions in Mn I", J. Opt. Soc. Am., vol. 56, pp. 832-833, 1966.
27. A. A. Isaev, M. A. Kazaryan, G. G. Petrash, " New self-terminating line in gold vapor", Kratk. Soobshch. Fiz., No 3, pp. 3-5, 1972.
28. S. V. Markowa, G. G. Petrash, V. M. Cherezov, "Ultraviolet-emitting gold vapor laser", Sov. J. Quantum. Electron., vol. 8, pp. 904-906, 1978.
29. C. E. Webb, "Copper and gold vapor lasers: resent advances and application", Proc. Int. Conf. on Lasers'87, STS Pres:MoLean, VA, pp. 276-284, 1988.
30. M. Piltch, G. Gould, "High temperature alumina discharge tube for metal vapor lasers", Rev. Sci. Instrum., vol. 37, pp. 925-927, 1966.

31. B. G. Bricks, T. W. Karras, "Power scaling experiments with a discharge-heated lead vapor laser", Proc. Int. Konf. On Lasers'79, STS Press:MoLean, VA, pp. 309-314, 1980.
32. V. D. Divin, V. K. Isakov, "Investigation of a pulsed vapor laser operating at high excitation pulse repetition frequency", Sov. J. Quantum. Electron., vol. 16, pp. 1081-1085, 1986.
33. S. V Markova, G. G. Petrash, V. M. Cherezov, "Pulse simulated emission of the 472.2 nm line of the bismuth atom" Sov. J. Quantum. Electron., vol. 7, pp. 657-658, 1977.
34. J. S. Deech, J. H. Sanders, "New self-terminating transitions in calcium and strontium", IEEE J. Quant. Electron., QE-4, pp. 470-473, 1968.
35. Исаев А. А., Казарян М. А., Петраш Г. Г., "Эффективный импульсный лазер на парах меди с высокой средней мощностью генерации", Письма ЖЭТФ т. 16, вып. 1, с.40-42, 1972.
36. Исаев А. А., Казарян М. А., Петраш Г. Г., "О параметрах генерации, достижимых с лазерами на парах меди", Крат. сообщ. По физике ФИАН, No 2, с. 27-29, 1973.
37. Исаев А. А., Казарян М. А., Петраш Г. Г., "Импульсные лазеры с высокой частотой повторения на парах свинца, марганца, меди и золота", ЖПС, т. 18, вып. 3, с. 483-484, 1973.
38. P. A. Bohan, V. M. Klimkin, V. E. Prokopen, "Gas laser using ionized europium", JETP Lett., vol. 18, pp. 44-445, 1973.
39. P. A. Bohan, D. E. Zakrevsky, "Investigation of a He-Eu laser excited by short pumping pulses", J. Russ. Laser Res., vol. 16, pp. 138-144, 1995.
40. K. U. Baron, B. Standler, "New visible laser transitions in Ba I and Ba II", IEEE J. Quant. Electron., QE-11, pp. 852-853, 1975.
41. V. M. Klimkin, "Investigation of a ytterbium vapor laser", Sov. J. Quantum. Electron., vol. 5, pp. 326-329, 1975.
42. R. P. Hackel, B. E. Warner, "Copper-pumped dye laser system at Lawrence Livermore National Laboratory", Pross. SPIE, vol. 1859, pp. 120-129, 1993.
43. C. Konagai, H. Kimura, N. Aoki, N. Kobayashi, S. Iizuka, Y. Baba, "Development of high-power copper vapor laser amplifier", Proc. 15<sup>th</sup> Ann. Meeting Laser Soc. Jpn., vol.15, pp. 112-116, 1995.
44. Walter W. T., Solimene N., Piltch M., Gould G., "Pulse laser action in atomic copper vapor", Bull. Am Phys. Soc., vol. 11, pp. 113-115, 1966.



45. W. T. Walter, "40-kW pulsed copper laser", *Bull. Am Phys. Soc.*, vol. 12, pp. 90-92, 1967.
46. A. A. Isaev, M. A. Kazaryan, G. G. Petrash, "Pulsed laser with high repetition frequency using lead, copper and gold vapor", *J. Appl. Spectrosc.*, vol. 18, pp 357-358, 1973.
47. R. S. Anderson, L. Springer, B. G. Bricks, T. W. Karras, "A discharge heated copper vapor laser", *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-11, pp. 172-174, 1975.
48. P. A. Bohan, V. I. Solomonov, V. B. Shcheglov, "Investigation of the energy characteristics of a copper vapor laser with a longitudinal discharge", *Sov. J. Quantum. Electron.*, vol. 7, pp. 1032-1033, 1977.
49. V. A. Burmakin, A. N. Evtiunin, M. A. Lesnoi, V. I. Bylkin, "Long-life sealed copper vapor laser", *Sov. J. Quantum. Electron.*, vol. 8, pp. 574-576, 1978.
50. R. E. Grove, G. W. Coutts, R. S. Anderson, R. J. Homsey, T. W. Karras, "100 watt copper vapor laser", *CLEOS/ICF'80, Tech. Dig., Opt. Soc. Am.*, 1980.
51. A.V. Sokolov, A. V. Sviridov, "Transfer-discharge copper vapor laser", *Sov. J. Quantum. Electron.*, vol. 11, pp. 1019-1026, 1981.
52. M. J. Kushner, "A self-consistent model for high repetition rate copper vapor laser", *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-17, pp. 1555-1565, 1981.
53. M. J. Kushner, B. E. Warner, "Large-bore copper-vapor lasers: kinetics and scaling issues", *J. Appl. Phys.*, vol. 54, pp. 2970-2982, 1983.
54. J. L. Emmett, W. F. Krupke, J. I. Davis, " Laser R&D at the Lawrence Livermore National Laboratory for fusion and isotope separation applications", *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-20, pp. 591-562, 1984.
55. C. S. Liu, E. W. Sufov, L. A. Weaver, "Copper superradiant emission from pulsed discharges in copper iodide discharges", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 23, pp. 92-93, 1973.
56. L. A. Weaver C. S. Liu, E.W. Sufov, "Superradiant laser emission at 5106 Å in pulsed copper iodine discharges", *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-9, pp. 645-646, 1973.
57. Chen J. C., Nerheim N.M., Russell R.G., "Double discharge copper vapor laser with copper chloride as a lasant", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 23, pp. 514-515, 1973.
58. Chen J. C., "Lead laser using lead chloride as a lasant", *Appl. Phys.*, vol. 45, pp. 4663-4666, 1974.
59. Chen J. C., "Manganese laser using manganese chloride as a lasant", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 24, pp. 400-501, 1974.
60. Liberman I., Badcock R.V., Liu C. S., et al., "High-repetitionrate copper iodode laser", *App.Phys.Lett.*, vol.25, pp. 334-335, 1974.

61. N. V. Sabotinov, P. K. Telbizov, S. D. Kalchev, Bulgarian patent No28674 (1975).
62. Н. В. Съботинов, С. В. Калчев, П. К. Телбизов, “Лазеры на парах меди с высокой частотой повторения импульсов”, Квант. Электроника. Т. 2, N. 8, С. 1833-1834, 1975.
63. О. С. Акиртава, В. Л. Джикия, Ю. М. Олейник, “Лазеры на переходах  $CuI$  в парах галогенидов меди”, Квант. Электроника. Т. 2, N. 8, С. 1831-1823, 1975.
64. А. А. Исаев, М. А. Казарян, Г. Ю. Леммерман, Г. Г. Петраш и А. Н. Трофимов, “Импульсная генерация на переходах атома меди в разряде в парах бромистой и хлористой меди”, Квант. Электроника. Т. 3, N. 8, С. 1800-1802, 1976.
65. В. К. Исаков, М. М. Калугин, С.Е. Потапов, М. В. Тютчев, “Лазеры на парах  $CuCl$ ”, Письма в ЖТФ, Т. 2, N. 3, С. 120-125, 1976.
66. R. S. Anderson, B. G. Bricks, T. W. Karras, “Steady multiply pulsed discharge-heated copper-vapor laser with copper halide lasant”, Appl. Phys. Lett., vol. 29, N. 3, pp. 187-188, 1976.
67. L. I. Pack, C. S. Liu, D. W. Feldman, L. A. Weaver, “High average power pulser design for copper halide laser system”, Rev. Sci. Instrum., vol. 48, N. 8, 1977.
68. J. C. Chen, A. M. Bhanji, R. G. Russell, “Long-duration high-efficiency operation of a continuously pulsed copper laser utilizing copper bromide as a lasant”, Appl. Phys. Lett., vol. 33, N. 2, pp. 146-148, 1978.
69. В. В. Васильцов, “Исследование лазеров на самоограниченных переходах атома меди в парах галогенидов меди”, Дис. ...канд. Физ.-мат. Наук. М., С. 154, 1978.
70. М. А. Казарян, Г. Г. Петраш, А. Н. Трофимов, “Сравнительные характеристики лазеров на парах меди, хлорида и бромиды меди”, Квант. Электроника. Т. 7, N. 3, С. 583-592, 1980.
71. Я. Р. Абас-Оглы, С. А. Абоян, Г. В. Абросимов, В. А. Андрианов, В. В. Васильцов, Б. И. Семькин, А. М. Шулин, В. Н. Шулаков, “Лазер на галогенидах меди с накачкой от лампового и тиратронного генератора”, Квант. Электроника. Т. 8, N. 3, С. 648-650, 1981.
72. C. S. Liu, D. W. Feldman, J. L. Pack, L. A. Weaver, “Kinetic processes in continuously pulsed copper halide lasers”, IEEE J. Quant. Electron., QE-13, pp. 744-751, 1977.
73. J. Tenenbaum, I Smilanski, S. Gabay, G. Erez, L. A. Levin, J. Katriel, S. Speiser, “Buffer gas effect on ground and metastable populations in a pulsed  $CuBr$  laser”, IEEE J. Quant. Electron., QE-14, pp. 680-685, 1978.
74. М. А. Kazaryan, A. N. Trofimov, “Kinetics of metal salt vapor lasers”, J. Sov. Quantum. Electron., vol. 9, pp. 148-152, 1979.

75. M. J. Kushner, F. E. C. Culick, "A model for the dissociation pulse, afterglow and laser pulse in the Cu/CuCl double pulse laser", *J. Appl. Phys.*, vol. 51, pp. 3020-3032, 1980.
76. M. A. Kazaryan, G. G. Petrash, A. N. Trofimov, "Pulsed copper halide vapor lasers," *Trudi FIAN*, 181, pp. 78-170, 1987.
77. D. Astadjov, G. Petrash, N. Sabotinov, N. Vuchkov, "Long-lived sealed off CuBr laser", *Optics Commun.* 51, pp. 85, 1984.
78. Wang Y., Sun W., Yao Z., Shi B., " A practical CuBr laser with flowing buffer gas", *Optics Commun.*, vol. 55, pp. 345-346, 1985.
79. Davis P. E., Sabotinov N. V., Vuchkov N. K., Astadjov D. N., Commonwealth of Australia, Patent Act 1952, 1989.
80. N. V. Sabotinov, "Copper Bromide Lasers" in *Pulsed Metal Vapour Lasers*, C. Little and N. Sabotinov Eds. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 113-124, 1996.
81. D. Astadjov, N. Vuchkov, G. Petrash and N. Sabotinov, "A study of the causes limiting the operating life of copper bromide lasers", *Metal Vapor and Metal Halide Vapor Lasers*, Nova Science Publishers, Series, Ed. N. Basov, pp. 183-249, 1989.
82. D. Astadjov, N. Sabotinov and N. Vuchkov, "Effect of hydrogen on CuBr laser power and efficiency", *Opt. Commun.* Vol. 56, pp. 279- 282, 1985.
83. D. Astadjov, N. Vuchkov, A. A. Isaev, G. Petrash, I. V. Ponomarev and N. Sabotinov, "An effective copper bromide vapor laser with the addition of hydrogen", *Sov. Phis. Lebedev Inst. Rep*, vol. 11, pp. 90-94, 1986.
84. D. Astadjov, N. Vuchkov and N. Sabotinov, " Parametric study of the CuBr laser with Hydrogen additives", *IEEE J.Quant.Electron.* QE-24, pp. 1927-1935, 1988.
85. Astadjov D. N., "Influence of hydrogen on the kinetics of copper bromide lasers", in *Pulsed Metal Vapour Lasers*, C. Little and N. Sabotinov Eds. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, pp. 169-174, 1996.
86. Maitland A., Livingston E. S., "Laser apparatus", *EEV Ltd*, UK patent No8812276, 1988.
87. Livingston E. S., Jones D. R., Maitland A., Little C. E., "Characteristics of a copper bromide laser with flowing Ne-HBr buffer gas", *Opt. Quantum. Electron.*, vol. 24, pp. 73-82, 1992.
88. Jones D. R., Sabotinov N. V., Maitland A., Little C. E., "A high-power high-efficiency Cu-Ne-HBr ( $\lambda$  510.6 , 578.2 nm) laser, *Opt. Comm.*, vol. 94, pp. 289-299, 1992.

89. Jones D. R., Maitland A., Little C. E., "A copper HyBRID laser of 120 W average output power and 2.2 % efficiency", *Opt. Quantum. Electron.*, vol. 25, pp. 261-269, 1993.
90. Jones D. R., Maitland A., Little C. E., "A high-efficiency 200 W average power average output power", *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-30, pp. 2385-2390, 1994.
91. Жуков В. В., Латуш Е. Л., Михайлевски В. С., Сэм М. Ф., "Рекомбинационные лазеры на парах химических элементов. Принципы получения генерации в рекомбинационном режиме", *Квантовая электроника*, т.4, No 6, с. 1249-1256, 1977.
92. Латуш Е. Л., Сэм М. Ф., "Генерация на йонных переходах щелочноземельных металлов", *Сб. Квантовая электроника под ред Н.Г.Басова*, No 3(15), с. 66-71, 1973.
93. E. L. Latush, M. F. Sem, "Laser recombination transitions in Ca II and Sr II", *Sov. Phys. JETP*, vol. 37, pp. 1017-1018, 1973.
94. E. L. Latush, R. Solanki, G. J. Collins, "CW strontium laser transitions in the infrared", *Phys. Lett.*, vol. A 73, pp. 387-388, 1979.
95. M. S. Butler and J. A. Piper, "High-power transverse-discharge Ca<sup>+</sup> recombination laser", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 43, pp. 823-825, 1983.
96. M. S. Butler and J. A. Piper, "Optimization of excitation channels in the discharge - excited Sr<sup>+</sup> discharge recombination laser", *Appl. Phys. Lett.* , vol 45 , No 7 , pp.707-709 ,1984.
97. M. S. Butler and J. A. Piper, "Pulse energy scaling characteristics of longitudinally excited Sr<sup>+</sup> discharge recombination laser", *IEEE J. Quantum Electron.* ,vol. QE-21 , pp. 1563-1566, 1985.
98. Букшпун Л. М., Латуш Е. Л., Сэм М. Ф., "Влияние температуры активной среды на характеристики генерации рекомбинационного Sr-He лазера", *Квантовая электроника*, т.15, No 9, с. 1762-1765, 1988.
99. M. Brandt, "Transversely excited Sr<sup>+</sup> recombination laser.", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 15, pp. 127-130. 1983.
100. Y. Takeda, A. Iwata, S. Ueguri , K. Fujii, "Lasing characteristics of Sr<sup>+</sup> recombination laser", *IEEE J. Quantum Electron.* ,vol.30 , No 5 , pp. 1176-1179, 1994.
101. A. R. Turner-Smith, J. M. Green, and C. E. Webb, "Charge transfer into excited states in thermal energy collisions," *J. Phys. B: Atom. Molec. Phys.*, vol. 6, pp. 114-130, 1973.

102. Collins C. Willet, "Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms (With Emphasis on Selective Excitation Processes), "Intern. Series of Monographs in Natural Philosophy, vol. 67, 1974.
103. W. Schuebel, "New cw Cd vapor oscillation in a hollow cathode structure," Appl. Phys. Lett., vol. 16, pp. 470-472, 1970.
104. G. J. Collins, R. C. Jensen, and W. R. Bennett, "Excitation mechanisms in the Zn ion laser," Appl. Phys. Lett., vol. 18, 282-283, 1971.
105. G. J. Collins, R. C. Jensen, and W. R. Bennett, "Charge-exchange excitation in the He-Cd ion laser," Appl. Phys. Lett., vol. 19, 125-128, 1971.
106. J. M. Green, G. J. Collins, and C. E. Webb, "The role of thermal energy charge-exchange in rare gas and metal vapor lasers," IEEE J. Quantum Electron., QE-8, pp. 583-587, 1972.
107. G. J. Collins, "Excitation mechanisms in He-Cd and He-Zn lasers," J. Appl. Phys., vol. 44, pp. 4633-4652, 1973.
108. C. F. Melius, "The charge-exchange mechanisms in metal vapor lasers," J. Phys. B: Atom. Molec. Phys., vol. 7, pp. 1692-1697, 1974.
109. D. L. Chubb, "Charge exchange in zinc-neon," J. Appl. Phys., vol. 47, pp. 2462-2466, 1976.
110. D. Ohebsian, N. Sadeghi, C. Trassy, and J. M. Mermet, "Kinetic reaction involving the Ti atoms in Ar-Ti hollow cathode afterglow," Optics Commun., vol. 32, pp. 81-86, 1980.
111. K. Danzmann, and M. Kock, "Population densities in a titanium hollow cathode," J. Phys. B: Atom. Molec. Phys., vol. 14, pp. 2989-2993, 1981.
112. А. Мартиросян и В. Папанян, "Возбуждение смеси гелия с калием в импульсном разряде с полум катодом," ЖПС, vol. 43, pp. 303-305, 1985.
113. Дж. Д. Ригден, А. Д. Уайт, "Взаимодействие переходов ОКГ на смеси гелий-неон в видимой и ИК частях спектра", ТИИЭР, т. 51, N. 6, с. 953-954, 1963.
114. Г. А. Гончугов, Г. А. Ермаков, Г. А. Михенко, Е. Д. Проценко, "К вопросу о температурных эффектах в He-Ne лазере ", Оптика и Спектроскопия, т. 20, N. 6, с. 1083-1085, 1966
115. W. M. Doyle, "Use of time resolution in identifying laser transition in mercury rare gas discharge", J. Appl. Phys., vol. 35, N. 4, pp. 1348-1349, 1964.
116. Л. Н. Туницкий, Е. М. Черкасов, "Новые линии генерации в спектрах Ni и Cl", ЖТФ, Т. 38, N. 12, С. 2111-2113, 1968.
117. Л. Н. Туницкий, Е. М. Черкасов, "Об одной возможности изменения частоты газового ОКГ", ЖТФ, Т. 37, N. 11, С. 2038-2040, 1967.

118. W. T. Silfast, G. R. Fowles, "Laser action on several hyperfine transitions in MnI", J. Opt. Soc. Am., vol. 56, N. 6, pp. 832-833, 1966.
119. M. A. Pollack, "Pressure dependence of the iodine photodissociation laser peak output", Appl. Phys. Lett., vol. 8, N. 2, pp. 36-38, 1966.
120. E. I. Gordon, A. D. White, "Similarity laws for the effect of pressure and discharge diameter on gain of He-Ne lasers", Appl. Phys. Lett., vol. 3, N. 11, pp. 199-201, 1963.
121. F. Gires, H. Mayer, M. Paillette, "Sur quelques transitions presentant l'effet laser dans le melange helium-neon", Compt. Rend, v. 256, N. 16, pp. 3438-3439, 1963.
122. D. Rosenberger, "Oscillation of three 3p-2s transitions in a He-Ne laser", Phys. Lett., vol. 3, N. 1, pp. 29-31, 1964.
123. W. R. Bennett Jr., A. T. Pawilkowski, "Additional cascade laser transitions in He-Ne mixtures", Bull. Am. Phys. Soc., v. 9, N. 4, p. 500, 1964
124. C. E. Little, Metal vapour lasers", John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England, 1999.
125. И. Г. Иванов, Е. Л. Латуш, М. Ф. Сэм, "Ионные лазеры на парах металлов", М.: Энергоатомиздат, 1990.
126. Tables of Physical, Handbook, editor I. K. Kikoin, Atom. Izdat. Moskva (1976).
127. Ю. П. Райзер, "Физика газовой разряда", Москва, Наука, 1992с.12-15.
128. Ст. Димова, Т. Черногорова, А. Йотова, "[Лекции по числени методи за диференциални уравнения](http://www.fmi.uni-sofia.bg/econtent)", <http://www.fmi.uni-sofia.bg/econtent>.
129. Т. Черногорова, [Теория на диференчните схеми](http://www.fmi.uni-sofia.bg/econtent), <http://www.fmi.uni-sofia.bg/econtent>.
130. Бл. Сендов, В. Попов „Числени методи. Втора част“, Наука и Изкуство, София 1978.
131. P. A. Bokhan, N. V. Nikolaev, V. I. Solomonov, "Sealed copper vapor laser", Sov. J. Quantum Electron., vol. 5, pp. 96-98, 1975.
132. J. L. Peack, C. S. Liu, D. W. Feldman, L. A. Weaver, " High average power pulser design for copper halide laser system", Rev. Sci. Instrum., vol. 48, pp. 1047-1049, 1977.
133. G. M. Peavy, L. Reinisch, G. T. Rayne, and V. Venugopalan, "Comparison of cortical bone ablations by using infrared laser wavelength 2.9 to 9.2  $\mu\text{m}$ ", Laser in Surgery & Medicine, No. 25, pp. 421-434, 1999.

134. J. M. Aurhammer, R. Walker, A. F. G. van der Meer, B. Jean, "Dynamic behavior of photoablation products of corneal tissue in the mid-IR: a study with FELIX", *Applied Physics B: Lasers and Optics*, vol. 68, pp. 111-119, 1999.
135. M. A. Mackanos, D. Simanovskii, K. M. Joos, H. A. Schwettman and E. D. Jansen, "Mid Infrared Optical Parametric (OPO) as a Viable Alternative to Tissue Ablation With the Free Electron Laser (FEL)", *Laser in Surgery & Medicine*, art. 20461, pp. 1-7, 2007.
136. A. V. Platonov, A. N. Soldatov, and A. G. Filonov, "Pulsed Strontium Vapor Laser", *Sov. J. Quantum Electron.*, vol. 8, pp. 120-121, 1978.
137. A. N. Soldatov, A. G. Filonov, A. S. Shumeiko, A. E. Kirilov, B. Ivanov, R. Haglund, M. Mendenhall, B. Gabella, and I. Kostadinov, "A Sealed-Off Strontium Vapor Laser", in *Proc. of SPIE*, vol. 5483, pp. 252-261, 2004.
138. C. W. McLucas and A. I. McIntosh, "Discharge heated longitudinal Sr<sup>+</sup> recombination laser", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 19, pp. 1189-1195, 1986.
139. B. L. Pan, Z. X. Yao, and G. Chen, "A Discharge –Excited SrBr<sub>2</sub> Vapour Laser", *Chin. Phys. Lett.*, vol. 19, No. 7, pp. 941-943, 2002.
140. K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, B. L. Pan, N. V. Sabotinov, B. Ivanov, L. Lyutov, "Strontium atom laser excited by nanosecond pulsed longitudinal He-SrBr<sub>2</sub> discharge", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 39, pp. 3769-3772, 2006.
141. K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, B. Mao, E. P. Atanasov, L. Lyutov, and N. V. Sabotinov, "High-Power Sr Atom Laser Excited in Nanosecond Pulsed Longitudinal He-SrBr<sub>2</sub> Discharge", *IEEE J. Quantum Electronics*, vol. 45, No. 3, pp. 278-281, 2009.
142. K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, I. Freijo-Martin, A. Lema, L. Lyutov and N. V. Sabotinov, "Experimental study on the spectral and spatial characteristics of a high-power He-SrBr<sub>2</sub> laser", *Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 42, art. 115105, (6 pages), 2009.
143. K. A. Temelkov, S. I. Slaveeva, N. K. Vuchkov, "Analytical calculation of gas temperature and experimental determination of electron temperature in gas discharge in Ne-He mixtures", *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 39, No. 3, pp. 831-835, 2011.
144. S. I. Slaveeva, K. A. Temelkov, N. K. Vuchkov, "A study on plasma parameters of He and Ne-He nanosecond pulsed longitudinal discharge for high-temperature large-volume tube", *Comptes Rendus de l'Académie Bulgare des Sciences*, vol. 65, No. 8, pp. 1043-1048, 2012.
145. S. I. Slaveeva "ОПРЕДЕЛЯНЕ НА ОСНОВНИТЕ ГАЗОРАЗРЯДНИ ПАРАМЕТРИ НА МОЩЕН He-SrBr<sub>2</sub> ЛАЗЕР", PhD Thesis, Institute of Solid State Physics, Bulgarian Academy of Sciences, Sofia, Bulgaria, 2013.